

A. hydr.

77ⁿ

Jate. Thom.

DIE
FESTIGKEIT EISERNE BALKE
UND TRÄGER.

Nach dem Englischen des
Die THOMAS TATE

Festigkeit eiserner Balken und Träger.

M. M. Freiherrn von Weber,

K. Sachs. Eisenbahn-Director und technischem Beirath im K. Sachs. Finanzministerium.

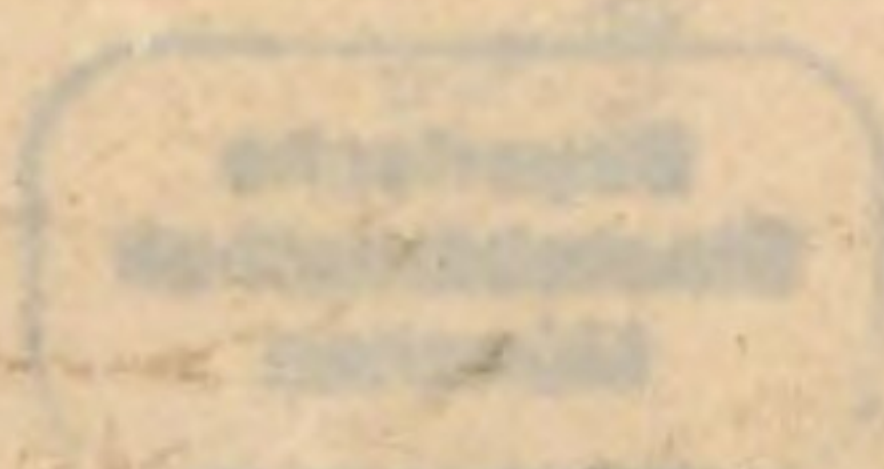
Nebst drei Anhängen,
die besten englischen Versuche zur Ermittlung der vortheilhaftesten
Form von eisernen Trägern enthaltend.

Deutsch von

Louis Galle,

Ingenieur, Inspector der K. Sachs. Telegraphenlinien.

DRESDEN,
ARNOLDISCHE BUCHHANDLUNG.
1851.



FESTIGKEIT EISENER BÄLKEN UND TRÄGER

Die
Festigkeit eiserner Balken und Träger.

von
Dr. phil. med. Hermann
Meyer, Professor der
Technischen Chemie an der
Universität zu Berlin.

Berlin,
Verlag von
Friedrich Vieweg
und Sohn, 1874.

Preis
1 Mark 50 Pfennig.

DIE
FESTIGKEIT EISERNE BALKE
UND TRÄGER.

Nach dem Englischen des
THOMAS TATE

von

M. M. Freiherrn von Weber,

K. Sächs. Eisenbahn-Director und technischem Beirath im K. Sächs. Finanzministerium.

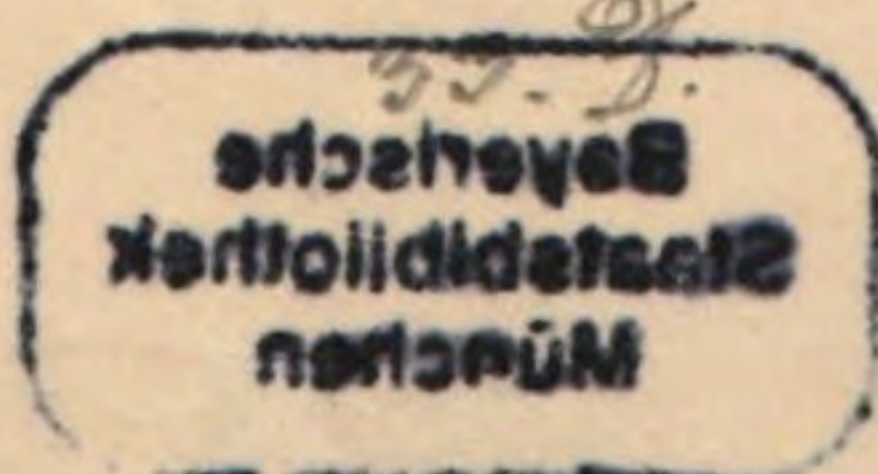
Nebst drei Anhängen,
die besten englischen Versuche zur Ermittlung der vortheilhaftesten
Form von eisernen Trägern enthaltend.

Deutsch von

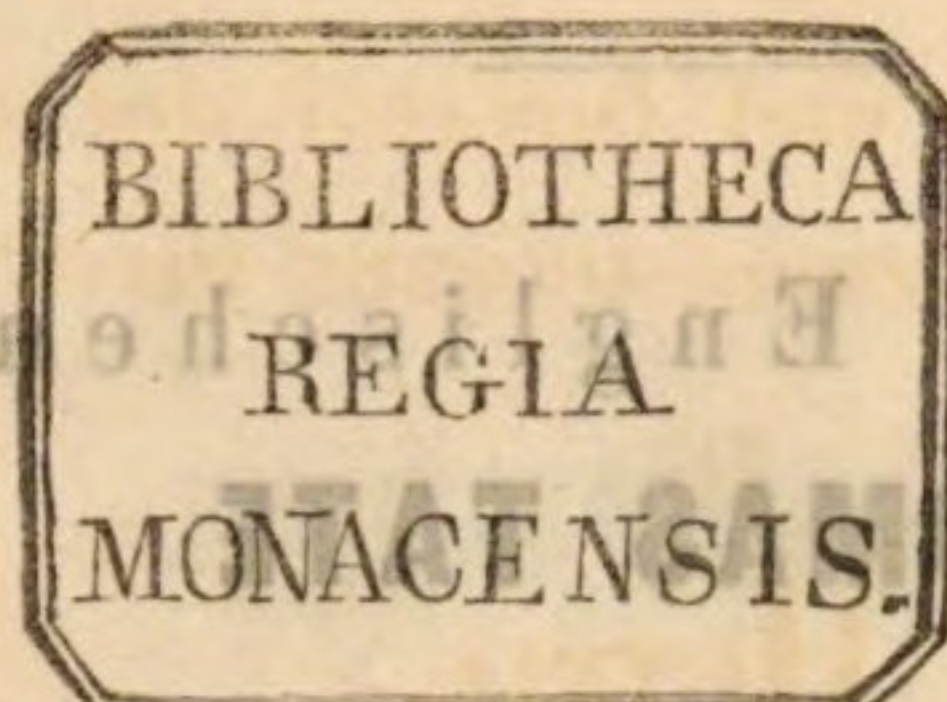
Louis Galle,

Ingenieur, Inspector der K. Sächs. Telegraphenlinien.

DRESDEN,
ARNOLDISCHE BUCHHANDLUNG.
1851.



DIE
FESTIGKEIT EISERNER BALKEN
UND TRÄGER.



M. M. Freiherrn von Weber,
K. Sachs. Eisenbahn-Director und technischem Beirath im K. Sachs. Finanzministerium.

Nebst drei Anhängen,
die besten englischen Versuche zur Ermittlung der vortheilhaftesten
Form von eisernen Trägern enthaltend.

Deutsch von
Louis Galie,
Ingenieur, Inspector der K. Sachs. Telegraphenlinien.

ARNOLDISCHE BUCHHANDLUNG.
DRESDEN.

1851.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem

Königl. Sächs. Geh. Rathe und Director der dritten Abtheilung
des Königl. Sächs. Finanzministeriums für Communicationen,

Herrn

CARL WOLF VON EHRENSTEIN,

Comthur und Ritter hoher Orden etc. etc. etc.

ehrfurchtsvoll zugeeignet.

Dem

Königl. Sächs. Geh. Rathe und Director der dritten Abteilung
des Königl. Sächs. Finanzministeriums für Communicationen,

Herrn

CARL WOLF VON EHRENSTEIN

Comthur und Ritter hoher Orden etc. etc.

ehrfurchtsvoll zugeeignet.



V o r r e d e.

Brücken haben keinen andern Zweck, als Wege über solche Vertiefungen zu führen, die ohne dieses Mittel entweder gar nicht, oder nur mit bei Weitem größerer Beschwerde zu passiren sein würden. Dieser Zweck würde allenthalben auf die wohlfeilste Weise erreicht werden können, wenn es möglich wäre, eine einfache Wegbahn, ohne weitere Unterstützung, als die Ränder der Vertiefung, und ohne weitere Hilfsmittel, als die menschliche Hand, über dieselben hinwegzulegen. Diefes ist indess nur in den wenigen Fällen thunlich, wo die Breite der Vertiefung gering, die über die Brücke schreitenden Lasten klein sind, wie bei Fußstegen über Bäche u. s. w. Mit den Dimensionen der Vertiefung, der Beschaffenheit ihres Bodens und ihrer Ufer wächst die Schwierigkeit, die Wegbahn nur auf den Rändern derselben aufrufen zu lassen, und die Mittel zur Errichtung der Brückenbahn werden complicirter und ausgedehnter. Bei einer gewissen Gröfse der zu überspannenden Vertiefung wird es vortheilhaft, der Wegbahn zwischen den Ufern Stützpunkte zu geben, die auf dem Grunde der Vertiefung ruhen, und in solchen

Fällen wird es die Hauptaufgabe des entwerfenden Technikers sein, zu untersuchen, ob die Schwierigkeiten und Kosten der Errichtung solcher Stützpunkte, die Pfeiler genannt werden, oder die der Ausführung weiter gespannter Constructionen überwiegend seien. Immer wird er aber im Auge zu behalten haben, daß die Brückenausführung die vollkommenste sein müsse, die dem oben angeführten Ideale von Einfachheit am nächsten kommt, und nicht allein an baarem Geldaufwande, sondern auch dadurch ökonomisch ist, daß durch sie die Eröffnung des betreffenden Verkehrsweges nicht aufgehalten werde. Je mehr das Netz der Verkehrswege eines Landes sich ausdehnt, je dringender die rasche Herstellung der Communicationen sich zeigt, je bedeutender die Dimensionen der zu errichtenden Brücken sind, um so mehr tritt der letztere Umstand in den Vordergrund und verlangt die Auffindung von Mitteln zur rascheren Erreichung des Zweckes. Dieß Mittel ist gefunden in der Verwendung von eisernen Brückenbogen und der gleichzeitigen Ausführung verschiedener Theile der Brücke.

Ist es nun nicht zu leugnen, daß die einmal vollendete Steinbrücke, in Bezug auf Dauer und Schönheit, die vollkommenste Wegleitung über eine Vertiefung sei, so läßt sich doch eben so wenig in Abrede stellen, daß theils die Anwendung steinerner Bogen nicht überall da möglich ist, wo die neuen Verkehrsstraßen Wegleitungen fordern, theils aber auch deren Ausführung, in Beziehung auf Zeit und Hilfsmittel, die wenigste Oeconomie gestattet. Die Steinbrücke muß ganz allmählig, vom Grundstein bis zur Deckung der Brüstung, nach einander aufgemauert

werden, da ist kein gleichzeitiges Ausführen von oberen und unteren Theilen möglich, das Gleichgewicht darf sich nirgend stören, und das Wachsthum des Baues geht eben so unabänderlich, wie das einer Pflanze, seinen Gang. Eben so unabänderlich sind die erforderlichen Mittel. Die gewaltigen Massen der Brücke müssen fernher transportirt, oft bei der Arbeit hin- und herbewegt, zuletzt das ganze colossale Volumen auf den Schwerpunkt der Construction gehoben werden, während die zu errichtenden Hilfsgerüste für das Tragen einer Last berechnet sein müssen, welche oft diejenigen um das Mehrtausendmalige übertrifft, denen die Brücke nach ihrer Vollendung zum Pfade dienen soll. Die Kosten für Hilfsbauten sind hier oft nahezu dem Werthe des vollendeten Bauwerkes gleich, und es stehen daher die Mittel oft in nicht günstigem Verhältnisse zum erreichten Zwecke. Ganz anders gestaltet sich dieß Alles bei der Eisenbrücke. Hier werden die Spannungen von Eisenfabriken ausgeführt, während die Maurer mit leichten Gerüsten, die nichts als die eben in die Höhe zu fördernde Materiallast zu tragen haben, die Pfeiler aufmauern. Wird Beides gleichzeitig vollendet, so ist die Brücke kurz nach Herstellung der Pfeiler fahrbar, und das Hilfsmaterial hat in nichts als den erwähnten leichten Gerüsten und den Winden bestanden, mit denen die auf ebener Erde angefertigten Eisen- spannungen auf die Höhe der Brücke gehoben worden sind. Vom Gesichtspunkte der Zeitökonomie angesehen, sind daher die Eisenbrücken auch dann noch wohlfeiler als steinerne, wenn die Errichtungspreise dieselben sind. Wie lange die Haltbarkeit der Eisenbrücken zuverlässig ist, hat die Erfahrung zwar noch nicht

nachgewiesen, jedenfalls scheint sie aber die jetzige Form das Eisenbahnwesen überdauern zu wollen, denn es hiesse den Fortschritt der praktischen Wissenschaften sehr engherzig auffassen, wenn man glauben wollte, daß das Geheimniß, die verlorene Kraft beim Herabfahren eines Thalgehänges zum Ersteigen des entgegengesetzten zu sammeln, nicht bald gefunden werden könne, wo dann unsere für die Ewigkeit gebauten hohen Steinviaducte den Nachkommen unsere Unwissenheit in diesem Punkte ebenso bezeugen werden, wie uns die Aquäducte der Römer bekunden, daß sie das Gesetz der communicirenden Röhren nicht gekannt haben. Der Charakter jedes Zeitalters drückt nicht allein den Monumenten der schönen Architektur seinen unverkennbaren Stempel auf, sondern er fordert auch für die Gebäude unmittelbarer materieller Nützlichkeit ganz bestimmte und genau den Zeitzwecken angepaßte Bauweisen, die daher oft eben so sehr, wie die des Theaters, in welchem die korinthischen Spiele abgehalten wurden, und die des Krystallpalasts der Londoner Industrieausstellung in Einrichtung und äußerer Form von einander abweichen müssen. Und so bezeichnen sich für den denkenden Techniker die Eisenconstructions und unter diesen speciell wieder diejenigen, die, um Lasten tragen zu können, keiner Widerlagen bedürfen, als die wichtigsten und charakteristischsten Elemente der Bauart unserer Zeit für materielle Zwecke. Daß die Kenntniß dieser Constructions bisher so wenig Eingang bei unseren deutschen Technikern gefunden hat, daß man sie verhältnißmäßig noch wenig im Vaterlande anwandte, liegt zum Theil mit daran, daß die aus den neuesten Erfahrungen über diesen Gegenstand abge-

leiteten Gesetze und Regeln noch nirgend dem deutschen technischen Publicum in einer Form geboten worden sind, die zugleich den Anforderungen des wissenschaftlichen Mannes und des Praktikers, der nach bewährten Regeln bauen will, entspricht. Es hat daher dem Unterzeichneten nicht überflüssig geschienen, das Werk, das in England in den genannten Beziehungen des größten Rufes genießt, zu übertragen und demselben als Anhänge die Berichte über die Versuche beizufügen, die, zur Ermittlung der besten Form eiserner Träger, in neuester Zeit in England, unter Fairbairn's, Stephenson's und anderer ausgezeichneten Techniker Leitung, vorzüglich bei Gelegenheit der Errichtung der Conway-Röhrenbrücke, angestellt worden sind und deren Resultate zur Herleitung der im erwähnten Werke gegebenen, wissenschaftlichen Sätze gedient haben.

Es ist hieraus ein kleines Buch entstanden, das aus Tate's Werk über die Festigkeit der Materialien, dem Berichte Fairbairn's über die Versuche behufs der Ermittlung der besten Form für Eisenträger, und einer Mittheilung des Herrn Ingenieur Galle, dessen thätige Mitwirkung bei Uebertragung und Zusammenstellung der Materialien dankbar anzuerkennen ist, über die zu Leamington angestellten Versuche, zur Bestimmung der vortheilhaftesten Form gußeiserner Balken, zusammengesetzt ist. Mitten im technischen Leben stehend, kann der Unterzeichnete allenfalls beurtheilen, was dem Techniker Noth thut, und glaubt ihm im vorliegenden Buche einen Berather an die Hand zu geben, der ihn bei allen Vorkommnissen, welche eiserne Träger betreffen, klar und leicht verständlich bescheidet, ohne, auf Verlangen,

den wissenschaftlichen Nachweis seiner Aussprüche zu verweigern.

Aufmerksam ist darauf zu machen, daß bei der Uebertragung der Materialien hier und da englische Ausdrücke wörtlich übersetzt worden sind, die im Deutschen eine etwas andere Bedeutung haben. So bedient sich Tate hier und da des Ausdrucks „Trägheitsmoment“ (*moment of inertia*) für den Begriff „Festigkeitsmoment“, nennt Körper, deren Dehnung und Zusammendrückung unter Einwirkung gleicher Kräfte gleich ist, „vollkommen elastisch“, spricht vom Momente von Querschnittsflächen u. s. w., so daß es einer kleinen Gewöhnung bedarf, um einzelne Stellen der im Allgemeinen sehr prägnanten und klaren Sprache des berühmten Twickenhamer Professors schnell und richtig zu interpretiren. Jedenfalls hat das Buch nicht den Fehler vieler deutschen Werke, durch sein Volumen von seiner Lectüre und Benutzung abzuschrecken, und somit glaubt es der Unterzeichnete der Empfehlung durch seine praktische Brauchbarkeit überlassen zu können und bittet nur den Leser, bei der Kritik der Uebertragung den Willen mehr als die That anzusehen.

Dresden, am 3. April 1851.

M. M. von Weber.

I n h a l t.

	Seite
Einleitung	1
Vorbereitende Bemerkungen und Formeln	3
Modulus der Elasticität	5
Ausdehnung und Zusammenpressung	6
Die neutrale Axe der Träger	7
Neutrale Axe eines rectangulären Trägers	9
Bedingungen des Bruches	13
Festigkeitsmoment	15
Allgemeine Formeln für das Festigkeitsmoment	19
Mittelpunkt der Zusammendrückung und Ausdehnung	20
Die Axe der Momente zu verändern	21
Durchbiegung der Träger	23
Allgemeine Formeln, die sich auf die Aehnlichkeit der Träger gründen	26
Neutrale Axe der ähnlichen Träger	26
Festigkeitsmomente ähnlicher Oberflächen	29
Relative Festigkeit ähnlicher Träger	31
Durchbiegung ähnlicher Träger	37
Allgemeine Formeln für Träger, die nur in gewisser Beziehung ähnlich sind	38
Festigkeit dieser Träger	39
Festigkeit verschiedener Trägerformen	41
Hohle rectanguläre Träger	41
Vergleichung der Festigkeit hohler und massiver Träger	43
Die Festigkeit eines röhrenförmigen Trägers zu bestimmen, der an seinem Obertheile aus quadratischen Zellen und an seinem Untertheile aus dicken Platten besteht	46
Festigkeit von Trägern mit doppelten Flangen	58
Anwendung der gefundenen Gleichungen auf gusseiserne Träger	62
Hodgkinson's Experimente mit gusseisernen Trägern mit doppelten Flangen	63

	Seite
Neue, auf gusseiserne Träger bezügliche Formeln	64
Ueber die festeste Form gusseiserner Balken	67
Festigkeit von Trägern von cylindrischem und anders geformtem Querschnitte	68
Vergleichung cylindrischer und quadratischer Träger	71
Vergleichung der Festigkeit von quadratischen und runden Zellen	71
Betrachtungen über die beste Form der Zellen für röhrenförmige Träger	73
Gründe, warum die Zellenconstruction solche Stärke zeigt	74
Festigkeitsmoment von Trägern, deren Querschnitte Kegelschnitte sind	75
Festigkeit u. s. w. elliptischer Träger	79
Festigkeitsmomente dreieckiger und trapezoidischer Querschnittsflächen	82
Festigkeit parabolischer Träger	86
Die Lehre von ähnlichen Trägern auf besondere Formen angewendet	89

A n h a n g I.

William Fairbairn's Versuche über die Festigkeit schmiedeeiserner Röhrenträger	92
Experimente über die relative Festigkeit schmiedeeiserner Röhren von cylindrischer Form	98
Experimente über die relative Festigkeit schmiedeeiserner Röhren von elliptischer Form	111
Experimente über die relative Festigkeit rectangulärer schmiedeeiserner Röhren	124

A n h a n g II.

William Fairbairn's Experimente über die rückwirkende Festigkeit gusseiserner Röhren	171
Experimente über die Festigkeit von Nietungen und die Widerstände eiserner Bleche in der Richtung der Fibern und rechtwinklig auf dieselben geprüft	173

A n h a n g III.

In der Eisengießerei zu Leamington angestellte Versuche über die Festigkeit gusseiserner Träger bei verschiedenen Arten der Belastung	179
Relative Festigkeit viereckiger Barren	193

E i n l e i t u n g.

Die Ausbildung des Eisenbahnwesens in England hat in letzter Zeit ein eben so neues als wichtiges Constructionsprincip geschaffen: nämlich das der röhrenförmigen Träger, und die Thatsachen, welche die in Bezug auf diesen Gegenstand angestellten Versuche ergeben haben, sind für den Mathematiker bei der Bestimmung der Festigkeit der Materialien von der größten Bedeutsamkeit. Die Mathematiker wissen seit langer Zeit, daß, um mit möglichst geringer Materialmenge einen Träger möglichst großer relativer Festigkeit herzustellen, die Masse im Querschnitte so vertheilt sein müsse, daß im Augenblicke, wo der obere Theil des Trägers der Zusammendrückung nachgiebt, der untere dasselbe unter dem Einflusse der Ausdehnung thue. Wäre der Widerstand, den die Materialien der Zusammendrückung und der Ausdehnung zu leisten vermögen, gleich groß, so liegt auf der Hand, daß die Form des Querschnittes, welche der Maximalstärke entspräche, keine andere als die sein würde, bei der die Flächen des Querschnitts oben und unten dieselben wären. Diefes ist aber im Allgemeinen nicht der Fall. Zu Anfang dieses Jahrhunderts gaben zuerst Watt und Andere, den Umstand gewahr werdend, daß Gufseisen der Zusammendrückung einen weit größeren Widerstand als der Ausdehnung entgegenzusetzen vermöge, gufseisernen Trägern Flangen an die untere Seite, um dadurch der Schwäche dieser Theile zu begegnen. Später

bestimmte Professor Hodgkinson das Verhältniß genauer, in welchem die Querschnitte des Ober- und Untertheils eines Trägers sich befinden müßten, um dieselbe Widerstandsfähigkeit zu besitzen. Nach denselben Grundsätzen wurde gefunden, daß hohlen Trägern eine vorzügliche Tragkraft zu geben sei. Bis vor Kurzem aber hatte die Festigkeit einer Combination von schmiedeeisernen Platten, gegen transversale Pressungen, die Aufmerksamkeit der Experimentatoren noch nicht auf sich gezogen. Als Robert Stephenson die originelle und kühne Idee einer Eisenblechröhre, durch welche sich Eisenbahnzüge bewegen könnten, faßte, war vor Allem die Ausführbarkeit des Entwurfs durch Experimente nachzuweisen und die Vertheilung des Materials in der Weise zu bestimmen, daß, für einen bestimmten Gesamtquerschnitt, eine Maximalstärke erzielt werde. Durch eine Reihe von vortrefflichen Experimenten*) zeigte William Fairbairn, daß solch eine Röhre die Form eines rectangulären Trägers haben müsse, dessen Platten auf der obern Seite in Gestalt von Röhren zusammenzufügen seien, um dem Bestreben des Bleches, unter starkem Drucke zusammenzuschumpfen, zu begegnen, und daß die Flächen des Ober- und Untertheils sich wie **12 : 11** zu verhalten hätten. Seine Experimente sowohl, wie die von Professor Hodgkinson angestellten führten zu dem Schlusse, daß die zu den Trägern verwandten Blechplatten nicht weniger als einen halben Zoll dick sein dürften. Bei Beurtheilung der relativen Festigkeit von Trägern, bei denen das Material an der obern und untern Seite angehäuft ist, kann der Effect der Rippe, oder des Theils, der jene beiden Verstärkungen verbindet, ohne merklichen, oder praktisch in Betracht kommenden Fehler, vernachlässigt werden.

Nach diesem Grundsätze fand Herr Hodgkinson durch Versuche, daß die Festigkeit gusseiserner Balken mit doppelten Flangen sich beinahe ebenso änderte, wie das Product aus der Querschnittsfläche der untern Verstärkung, multiplicirt mit der Höhe.

*) Siehe den Anhang I.

Obgleich nun diese Regel kaum als einer mathematischen Deduction entsprungen angesehen werden kann, so darf sie doch, wegen der großen Ausdehnung der Versuche, von denen Professor Hodgkinson die constanten Werthe ableitete, für alle jene Träger als genau genug betrachtet werden, die in ihrer Gestalt nicht zu sehr von jenen abweichen, mit denen die Versuche angestellt wurden. Auf röhrenförmige Träger angewandt, ist diese Formel weit weniger empirisch. Hier ist die Höhe des Trägers groß im Verhältniß zur Decke der Platten oder der Tiefe des Untertheils, und dieser Umstand giebt der Formel in diesem Falle viel vom Charakter und dem bestimmten Eindrucke einer mathematischen Deduction.

Nichts destoweniger muß zugegeben werden, daß die genauen mathematischen Principien, nach denen Rechnungen dieser Art vorgenommen werden möchten, diejenigen sind, die in Artikel XXXIV dieses Werkes, bei Gelegenheit der Eigenschaften „ähnlicher Träger“, gegeben werden sollen.

Ebenso wird das Werk in seinem Verfolge verschiedene neue, auf die Festigkeit verschiedener Formen von Trägern bezügliche mathematische Ausdrücke, die noch nirgends mitgetheilt worden sind, bringen.

Twickenham, im Juli 1850.

T. Tate.

Vorbereitende Bemerkungen und Formeln.

I. Die Theile eines steifen Körpers sind durch die Kraft der Cohäsion zusammengehalten, und diese muß vollständig überwunden werden, ehe derselbe zerrissen oder zerbrochen werden kann.

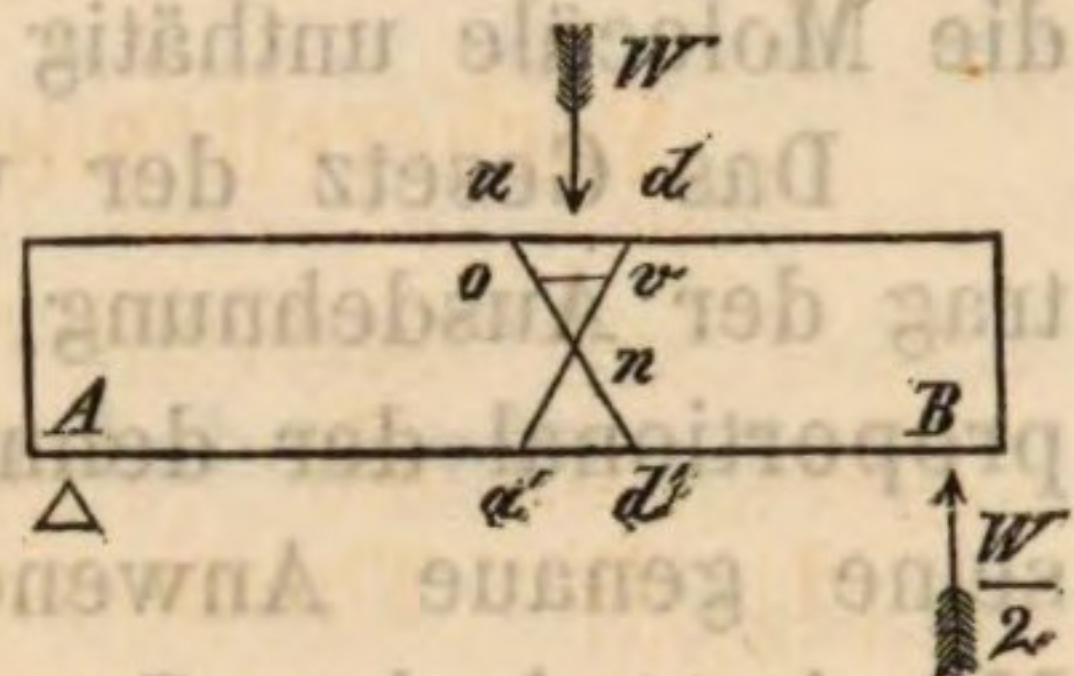
Eine Kraft, die auf einen festen Körper wirkt, sucht zuerst die gegenseitige Lage der Molecüle desselben zu verändern, endlich aber dieselben vollständig von einander zu trennen. Die Eigenschaft der Körper unter der Einwirkung einer Kraft eine geänderte Gestalt anzunehmen, nach dem Aufhören jener Einwirkung aber ohne ursprüngliche Form wieder herzustellen, wird Elasticität genannt. Die Elasticität ist allen Körpern in größerem oder kleinerem Grade eigen.

II. Wenn die Molecüle eines Trägers durch eine Kraft zusammengedrückt werden, welche in seiner Längenrichtung auf ihn wirkt, so wird der Widerstand, den dieselbe findet, die Festigkeit des Trägers gegen Zusammendrückung (respective Festigkeit) genannt.

Werden im Gegentheile die Molecüle eines Trägers durch eine Kraft von einander entfernt, so wird der Widerstand, den das Material dem entgegensetzt, die Festigkeit desselben gegen das Zerreißen (absolute Festigkeit) genannt.

Wenn die Festigkeit eines Materials gegen Zusammenpressung und Ausdehnung gleich ist, so wird dasselbe in dieser Beziehung „vollkommen elastisch“ genannt. In den meisten Fällen sind aber diese Festigkeiten sehr verschieden, wie z. B. beim Gufseisen, wo die Festigkeit gegen die Zusammenpressung nahezu $6\frac{1}{2}$ Mal so groß ist, wie die gegen das Zerreißen.

III. Eines Trägers relative oder transversale Festigkeit wird überwunden, wenn er von einer rechtwinkelig auf seine Längsaxe wirkenden Kraft zerbrochen wird, wie dies bei Balken und Trägern, auf welchen Mauerwerk ruht, der Fall sein kann. Nehmen wir an, dafs, wie in beistehender Figur, ein Balken auf zwei Unterlagen ruht und dafs eine Last auf seine Mitte drückt, so bewirkt die Last eine Biegung des Balkens und dadurch eine doppelte Einwirkung auf die Molecüle des Materials. Die Molecüle des obern Theils des Balkens werden zusammengepresst, während die im untern Theile ausgedehnt werden. Ein gewisser Theil des Balkens wird aber weder ausgedehnt noch zusammengepresst; dieser Theil wird die Ebene der neutralen Axe desselben genannt.



Wenn ein Holzbalken mit einer feinen Säge von oben her bis auf seine neutrale Axe durchschnitten wird, so wird man die Festigkeit desselben fast ungeändert finden.

Die Lage dieser Axe hängt sowohl von der Form des Balkens, als von dem Verhältnisse der Festigkeiten des Materials gegen Zusammendrückung und Ausdehnung ab.

Ist der Querschnitt des Balkens rectangulär und das Material völlig elastisch, so wird, augenscheinlich, die neutrale Axe mit der stereometrischen Axe des Balkens zusammenfallen.

Im Allgemeinen wird diese Achse nach jenen Theilen hin liegen, wo das Material den grössten Widerstand darbietet, so dafs die Kräfte sich auf beiden Seiten völlig gleich abwägen.

Barlow war der erste Experimentator, der genau die neutrale Axe in Trägern bestimmte, welche einem transversalen Drucke ausgesetzt werden.

Modulus der Elasticität.

IV. Wenn die Ausdehnung oder Zusammenpressung der Molecüle eines Trägers eine gewisse Grenze nicht überschreitet,

so streben sie mit einer Kraft, die der Entfernung, durch welche sie von der Zusammendrückung oder Dehnung bewegt worden sind, direct proportional ist, in ihre ursprüngliche Lage zurückzukehren.

Steigt aber die Pressung oder Dehnung bis über einen gewissen Punkt, Elasticitätsgrenze genannt, so bleiben die Molecüle unthätig in ihrer neuen Lage.

Das Gesetz der vollkommenen Elasticität, daß der Betrag der Ausdehnung oder Zusammenpressung eines Körpers proportional der dehnenden und pressenden Kraft sei, findet seine genaue Anwendung bei den Gasen, wie dieß im Mariotte'schen Gesetze ausgesprochen ist; aber es ist Grund zu der Vermuthung vorhanden, daß es nur annähernd genau in festen Körpern zur Erscheinung kommt.

Nichts destoweniger sind alle unsere theoretischen Folgerungen, welche die Festigkeit des Materials betreffen, darauf basirt, daß dieß Gesetz in voller Ausdehnung auf die festen Körper, die bei Constructionen gebraucht zu werden pflegen, angewandt werden könne.

Der Modulus der Elasticität ist das Kraftmaafs E , welches nöthig sein würde, um einen gleichförmigen Stab von 1 Zoll Querschnitt, die Möglichkeit vorausgesetzt, durch Dehnung auf das Doppelte seiner Länge zu strecken oder ihn auf die Hälfte derselben durch Pressung zusammenzudrücken.

Ausdehnung und Zusammenpressung.

V. L sei die Länge eines 1 □" im Querschnitt haltenden Stabes, l seine Zusammenpressung oder Dehnung bei Anwendung einer Kraft von p Pfund. Dann haben wir durch das Gesetz vollkommener Elasticität: die Kraft, um eine Dehnung zu bewirken,

$$\text{von } L \text{ Zoll} = E,$$

$$\text{,, } 1 \text{ „} = \frac{E}{L},$$

$$\text{,, } l \text{ „} = \frac{El}{L}.$$

Das ist

$$(1) \quad p = \frac{El}{L}.$$

Wenn nun der Stab $A \square$ im Querschnitt hält, so wird die Kraft P , welche nöthig ist, ihn um l Zolle zu dehnen, nothwendig A Mal p sein müssen:

$$P = Ap.$$

$$(2) \quad P = \frac{AE l}{L},$$

und wird der Werth von l gefordert, so haben wir

$$(3) \quad l = \frac{PL}{AE},$$

in welchen Formeln L und l in derselben Lineareinheit ausgedrückt sind.

Beispiel. Wenn, nach Tredgold, der Elasticitätsmodulus des Schmiedeeisens 24,900,000 Pfund ist, welcher Kraft bedarf es, um einen Stab von 10 Fuß Länge und $\frac{1}{6} \square$ Querschnitt um $\frac{1}{2}$ zu dehnen.

Hier ist

$$A = \frac{1}{6},$$

$$E = 24,900,000,$$

$$L = 10 \times 12,$$

$$l = \frac{1}{2},$$

daher nach Gleichung (2)

$$P = \frac{\frac{1}{6} \times 24,900,000 \times \frac{1}{2}}{10 \cdot 12} \\ = 17,300 \text{ Pfund nahezu.}$$

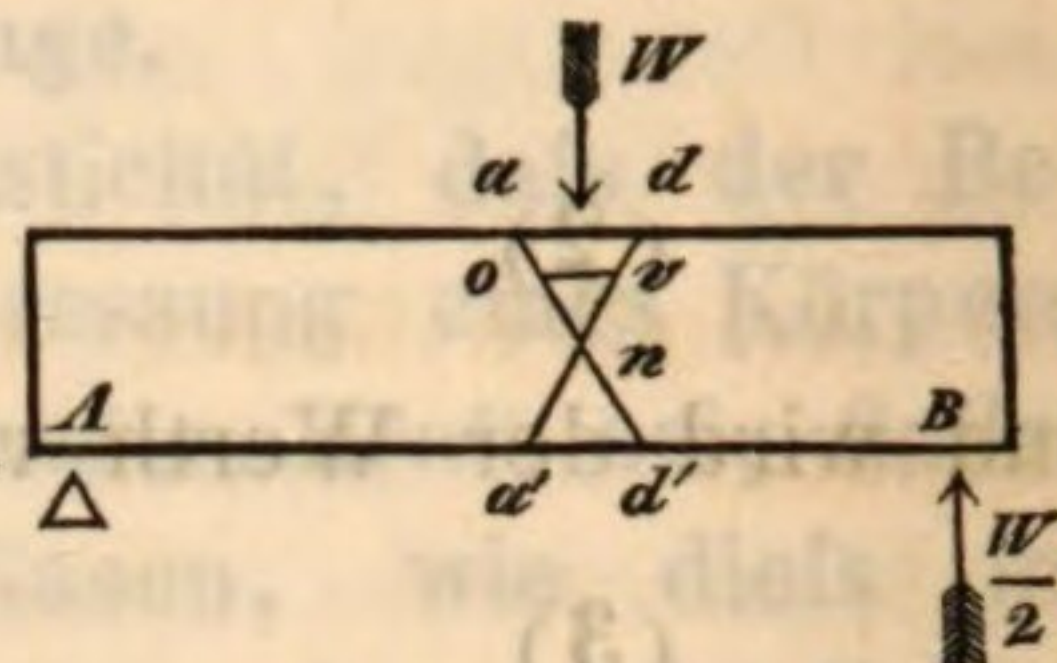
Die neutrale Axe der Träger.

VI. Aus den in (3) mitgetheilten Eigenschaften der neutralen Axe geht hervor, daß die Summe der Widerstandskräfte der Molecüle, welche über ihr liegen, gleich sein müsse der Summe der Cohäsionskräfte der Molecüle, welche unter ihr liegen.

Ferner wird, da der Druck auf die Molecüle wächst wie ihre Entfernung von der Ebene der neutralen Axe, der Wider-

stand der Molecüle gegen Zusammendrückung oder Dehnung in demselben Verhältnisse in allen Fällen wachsen.

VII. Lassen wir AB einen Träger darstellen (dessen Querschnitt aus Rectangeln besteht); ruhend auf den Stützpunkten A und B und eine transversale Pressung von dem auf ihm ruhenden Gewichte W erleidend. Ist n die neutrale Axe der Bruchfläche bei ad , so werden die Molecüle der obern Seite nad eine Zusammendrückung erfahren, während die Molecüle der untern Seite na^1d^1 gedehnt werden. Sei ov eine Linie von Molecülen parallel zu ad oder, was dasselbe ist, parallel zur neutralen Axe des Trägers, so wird der Widerstand der Molecüle in ov sich zu dem der Molecüle in ad verhalten wie no zu na , das heisst, wie ihre Abstände von der neutralen Axe. Sei



hh_1 die Entfernung des Ober- und Untertheils des Trägers von der neutralen Axe desselben,

bb_1 die Breiten des Ober- und Untertheils,

SS_1 die Widerstandsfähigkeit des Materials des Trägers, gegen Pressung und Dehnung *per* □ Zoll, in den Abständen h und h_1 von der neutralen Axe,

ss_1 die Widerstandsfähigkeit des Materials *per* □ Zoll im einfachen Abstände von der neutralen Axe,

$x = no$ eine variable Distanz von der neutralen Axe, zusammendrückende Kraft in einer Distanz von a Einheiten von $n = s$,

zusammendrückende Kraft in einer Distanz von x Einheiten von $n = sx$,

Element der Oberfläche bei $v = b \Delta x$.

Nun ist gezeigt worden, dass sx gleich ist dem Widerstande der Flächeneinheit bei v .

Die Widerstandsfähigkeit des Flächenelements gegen Zusammendrückung ist daher

$$= sbx \Delta x.$$

Die Summe aller dieser Widerstände zwischen ad und ov ist daher:

$$\begin{aligned} &= sb \sum_x^h x \triangle x \\ &= sb \int_x^h x dx \\ &= \frac{sb}{2} (h^2 - x^2). \end{aligned}$$

Aehnlich finden wir die Summe aller Widerstände gegen Dehnung

$$= \frac{s_1 b_1}{2} (h_1^2 - x_1^2)$$

und nach Artikel VI.:

$$(4) \quad \frac{sb}{2} (h^2 - x^2) = \frac{s_1 b_1}{2} (h_1^2 - x_1^2).$$

Neutrale Axe eines rectangulären Trägers.

VIII. Läßt man in Gleichung (4) $x = 0$, $x_1 = 0$, $b = b_1$ werden, so hat man

$$(5) \quad sh^2 = s_1 h_1^2.$$

Und zufolge der Gesetze der Elasticität des Artikels IV.:

$$s = \frac{S}{h} \quad \text{und} \quad s_1 = \frac{S_1}{h_1};$$

daher, durch Einführung in Gleichung (5):

$$(6) \quad Sh = S_1 h_1,$$

welcher Ausdruck das Verhältniß der Abstände der neutralen Axe von der obern und untern Fläche des Balkens oder Trägers angiebt.

Ist die Elasticität vollkommen, so daß $s = s_1$, und daraus ergiebt sich, nach Gleichung (5), $h = h_1$, d. h. die neutrale Axe liegt, bei Trägern dieser Gattung, in der Mitte.

IX. *Das Verhältniß der Momente des Materials, welches um die neutrale Axe her der Zusammendrückung oder Ausdehnung unterliegt, ist gleich dem Verhältnisse der ausdehnenden und zusammendrückenden Kräfte.*

So ist, wenn:

A die Fläche des Trägerquerschnitts über der neutralen Axe,
 G die Distanz des Schwerpunkts dieser Fläche, von der
 neutralen Axe und

A_1 und

G_1 die entsprechenden Gröfsen unterhalb der neutralen Axe
 bezeichnet:

$$\frac{AG}{A_1 G_1} = \frac{s_1}{s},$$

bezeichnen $SQkgS_1Q_1k_1g_1$ u. s. w. den Quer-
 schnitt der Bruchfläche, KG die neutrale
 Axe

$$Sm = Qn = h, \quad gm = kn = e,$$

$$SQ = gk = b, \quad S_1m = Q_1n = h_1,$$

$$g_1m = k_1n = e_1, \quad S_1Q_1 = g_1k_1 = b_1,$$

eben so sei

α = Fläche von Sk ,

g = der Abstand des Schwerpunkts dieser Fläche von KG ,

A = der Querschnitt des ganzen Materials über der neu-
 tralen Axe,

G = der Abstand des Schwerpunktes der Fläche von A von
 der neutralen Axe und

α_1
 g_1
 A_1
 G_1 } die correspondirenden Gröfsen unterhalb der neutralen
 Axe,

so wird durch Einschaltung von e für x in die Gleichung (4)
 das Verhältniß gefunden werden, durch welches sich die
 Lage der neutralen Axe bestimmt.

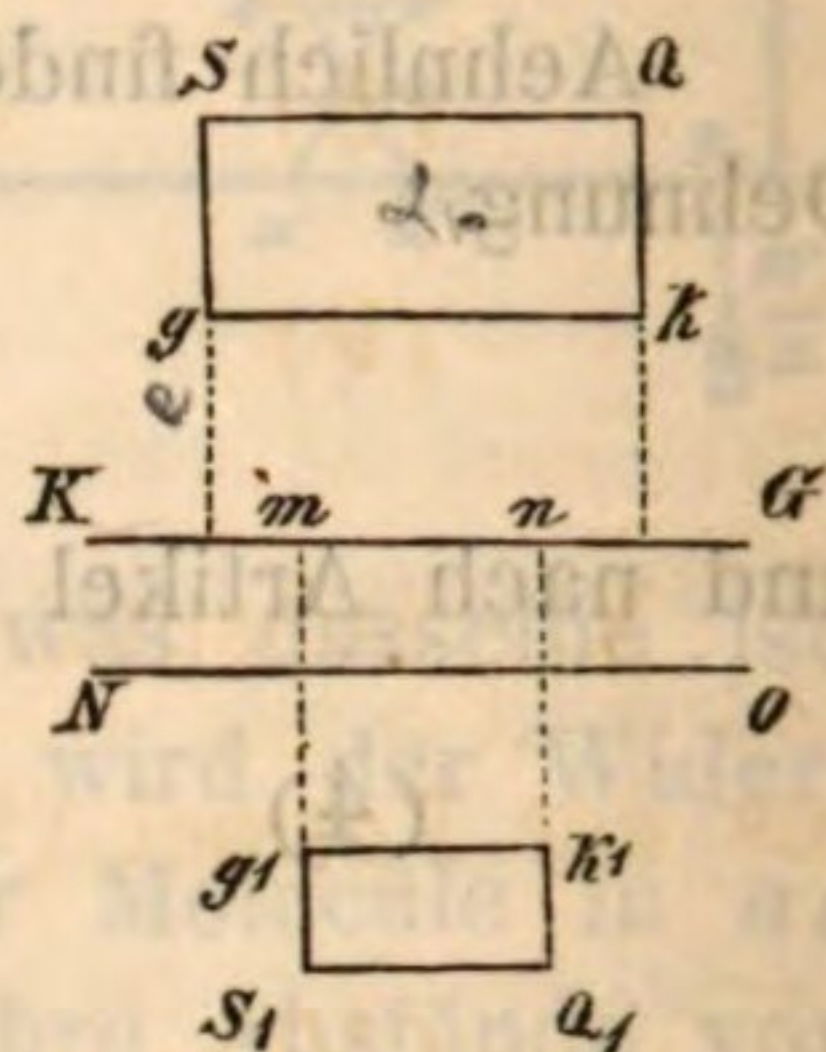
Durch eine leichte Reduction gestaltet sich der Ausdruck,
 wie folgt:

$$s \cdot \frac{h+e}{2} \cdot b(h-e) = s_1 \frac{h_1+e_1}{2} \cdot b_1(h_1-e_1),$$

es ist aber

$$\frac{h+e}{2} = g, \quad b(h-e) = \alpha,$$

Fig. 2.



und so findet sich:

$$s \alpha g = s_1 \alpha_1 g_1.$$

Wenn wir nun Sk und $S_1 k_1$ als Elementartheile des Trägerquerschnittes betrachten, so wird die Summe aller Elementarmomente $s \alpha g$ gleich sein der Summe aller Elementarmomente $s_1 \alpha_1 g_1$. Das heisst:

$$(7) \quad s \Sigma \alpha g = s_1 \Sigma \alpha_1 g_1;$$

da aber $\Sigma \alpha g = AG$ und $\Sigma \alpha_1 g_1 = A_1 G_1$,

$$(8) \quad \text{so ist } sAG = s_1 A_1 G_1 \text{ und}$$

$$(9) \quad \frac{AG}{A_1 G_1} = \frac{s_1}{s}.$$

X. Substituirt man $\frac{S}{h}$ für s und $\frac{S_1}{h_1}$ für s_1 , so wird aus der Formel (9) der Ausdruck:

$$(10) \quad \frac{AG}{A_1 G_1} = \frac{h}{h_1} \cdot \frac{S_1}{S},$$

in welchem h und h_1 die Abstände der Ober- und Unterkante des Querschnittes von der neutralen Axe bedeuten.

XI. Sei f und f_1 für die beziehentlichen Widerstände des Materials im Schwerpunkte des Ober- und Untertheils der Querschnittsfläche gesetzt, so wird

$$f = Gs \text{ und } f_1 = G_1 s_1,$$

daher haben wir nach Gleichung (8):

$$(11) \quad fA = f_1 A_1.$$

XII. Wenn das Material eines Trägers vollkommen elastisch ist, so geht die neutrale Axe durch den Schwerpunkt der Bruchfläche desselben.

Denn in diesem Falle ist $s = s_1$ und daher wird die Formel (8):

$$(12) \quad AG = A_1 G_1,$$

das heisst, wenn man die neutrale Axe als die Axe der Momente betrachtet, so ist das Moment des Untertheils des Querschnitts gleich dem Momente des Obertheils desselben, und daher muss die neutrale Axe durch den Schwerpunkt des ganzen Querschnitts gehen.

Die neutrale Axe zu finden, wenn die Elasticität des Materials vollkommen ist, und daher die neutrale Axe durch den Schwerpunkt des Querschnitts gehen mufs. Sei

NO als irgend eine beliebige Axe der Momente (z. B. die Mitte der Höhe des Trägers) angenommen und KG sei die neutrale, durch den Schwerpunkt gehende Axe, K sei die Fläche des ganzen Querschnitts, $\alpha\alpha_1$ die Flächen der Theile Sk und S_1k_1 , gg_1 die Abstände ihrer Schwerpunkte von NO , $\bar{x}$ sei der Abstand von NO und KG , das Moment von $Sk = \alpha g$ und von $S_1k_1 = \alpha_1 g_1$, die Summe der Momente aller Theile über $NO = \Sigma \alpha g$ und unter $NO = \Sigma \alpha_1 g_1$.

Da aber KG durch den Schwerpunkt des ganzen Querschnitts geht, so ist das Moment desselben $= K\bar{x}$,

$$K\bar{x} = \Sigma \alpha g - \Sigma \alpha_1 g_1. \quad (10)$$

$$(13) \quad \bar{x} = \frac{\Sigma \alpha g - \Sigma \alpha_1 g_1}{K}.$$

XIII. Wenn $\frac{A}{A_1}$ und $G + G_1$ in zwei Trägern gleich ist, so hat die neutrale Axe in denselben gleiche Lage in Bezug auf den Schwerpunkt des obern und untern Theils des Querschnittes.

Denn nach Gleichung (12) ist

$$\frac{G_1}{G} = \frac{A}{A_1} \text{ eine Constante,} \quad (11)$$

$$\frac{G + G_1}{G} = \text{eine Constante}$$

und $G + G_1 = \text{eine Constante.}$

Daher sind G und G_1 ebenfalls Constanten, d. h. sie haben gleiche Werthe für beide Träger.

XIV. Wenn $\frac{A}{A_1}$ ein constantes Verhältniß, welches für zwei Träger gilt, ist, so werden die Verhältnisse ihrer Widerstände im Schwerpunkte des Ober- und Untertheils ihres Querschnitts ebenfalls constant sein.

Denn nach Gleichung (11) ist:

$$\frac{f}{f_1} = \frac{A_1}{A}, \quad \frac{f'}{f'_1} = \frac{A'_1}{A'}$$

und bei der Annahme:

$$\frac{A_1}{A} = \frac{A'_1}{A'} \text{ ist}$$

$$\frac{f}{f_1} = \frac{f'}{f'_1}.$$

Bedingungen des Bruches.

XV. Wenn ein Bruch stattfinden soll, so dreht sich das Material des Trägers auf der neutralen Axe n der Bruchfläche. Es sind hierbei zwei Kräfte in Betracht zu ziehen, deren Momente im Gleichgewicht mit einander stehen; nämlich:

W das Gewicht, welches den Träger zu zerbrechen strebt,

und

die Widerstände des Materials auf der obern und untern Seite der neutralen Axe der Bruchfläche.

XVI. Das Gewicht

W , welches auf die Mitte des Trägers preßt, bringt auf jeder der Unterlagen A und B einen Druck

$$\frac{W}{2}$$

hervor. Nun wird, da sich der Träger um n , als einen Fixpunkt, dreht, der Druck in B mit der Hebellänge von der halben Distanz zwischen AB

$$= \frac{l}{2}$$

wirken; daher wird das Moment des Gewichts W , welches den Träger zerbricht, gleich sein dem Drucke, der auf B wirkt, $\times$ die halbe Distanz zwischen den Punkten A und B oder

$$\frac{W}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{Wl}{4},$$

welche Gröfse wir durch das Zeichen M ausdrücken wollen.

Diefs wird das Bruchmoment genannt.

XVII. Artikel VI ist gezeigt worden, dafs die Molecüle des Materials mehr oder minder grofse Widerstandsmomente bieten, je nachdem sie mehr oder weniger von der neutralen Axe der Bruchfläche abstehen. Da nun das Material des Trägers sich auf dieser Axe dreht, so wird das Widerstandsmoment jedes Molecüls, oder seine Wirksamkeit, zur Verhinderung des Bruches beizutragen, gleich sein seinem Widerstande, multiplicirt mit seinem Abstände von der neutralen Axe.

Die Summe aller dieser Widerstandsmomente, aller Molecüle über und unter der neutralen Axe, wird gleich sein dem Bruchmomente M .

Benutzen wir dieselben Figuren und Bezeichnungen, wie in Artikel III und IX, so erhalten wir die Kraft, welche nöthig ist, um ein Element der Bruchfläche zusammenzudrücken, $= sbx\Delta x$. Diese Kraft wirkt aber mit dem Hebel x von der neutralen Axe KG aus.

Das Moment dieses Elements ist daher $= sbx^2\Delta x$ und die Summe der Momente aller zu überwindenden Widerstandsmomente zwischen gk und SQ , oder das Moment des Rectangels $SQkg$

$$\begin{aligned} &= sb \sum_e^h x^2 \Delta x, \\ &= sb \int_e^h x^2 dx, \\ (14) \quad &= \frac{sb}{3} (h^3 - e^3). \end{aligned}$$

Aehnlich haben wir das Moment des Rechtecks $S_1Q_1kg_1$

$$= \frac{s_1b_1}{3} (h_1^3 - e_1^3).$$

Sei $K_1 =$ der Fläche des Rechtecks $mSQn$, $K_2 =$ der Fläche $mghn$, $D_1 = Sm = Qn$, $D_2 = gm = kn$, $k_1 =$ der

Fläche $m S_1 Q_1 n$, $k_2 =$ der Fläche $m g_1 k_1 n$, $d_1 = S_1 m = Q_1 n$,
 $d_2 = g_1 m = k_1 n$.

Dann erhalten die obigen Ausdrücke die Gestalt:

Moment des Rechtecks:

$$(15) \quad S Q k g = \frac{S}{3} (K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2),$$

und das Moment des Rechtecks:

$$(16) \quad S_1 Q_1 k_1 g_1 = \frac{S_1}{3} (k_1 d_1^2 - k_2 d_2^2).$$

Wenn man nun Sk und $S_1 k_1$ als Elementartheile des Querschnitts betrachtet, so wird die Summe der Momente aller Theile über der neutralen Axe, *plus* der Summe aller Momente unter derselben, gleich sein der Summe der Momente, welche dem Bruche widerstehen, und daher gleich dem Momente von W , welches den Bruch erzeugt.

Summe der Momente der Materialelemente über der neutralen Axe:

$$(17) \quad m = \frac{s}{3} \Sigma (K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2), \\ = sJ.$$

Wo J für $\frac{1}{3} \Sigma (K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2)$ oder $\frac{1}{3} \Sigma b (h^3 - e^3)$ gesetzt ist, welches das

Festigkeitsmoment

des über der neutralen Axe liegenden Theils des Querschnitts genannt wird.

Daher erhalten wir aus Gleichung (14) und (15) das Festigkeitsmoment des Rechtecks $S Q k g$, auf $K G$ als Hebelaxe bezogen,

$$= \frac{b}{3} (h^3 - e^3) \text{ oder } \frac{1}{3} (K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2).$$

Wenn $e = 0$ und $Sg = Sm$ wird, so entsteht aus diesem Ausdrucke das Trägheitsmoment des Rechtecks $S Q n m$, auf $K_1 G_1$ als Hebelaxe bezogen:

$$= \frac{1}{3} b h^3 \text{ oder } \frac{1}{3} K_1 D_1^2.$$

In ähnlicher Weise erhalten wir die Summe der Widerstandsmomente des Materials unter KG , oder:

$$(18) \quad m_1 = \frac{s_1}{3} \Sigma(k_1 d_1^2 - k_2 d_2^2),$$

$$= s_1 J_1.$$

Die Summe dieser Momente ist aber gleich der Kraft, die den Bruch bewirkt:

$$M = m + m,$$

$$(19) \quad M = sJ + s_1 J_1,$$

$$(20) \quad \text{wo } J = \frac{1}{3} \Sigma(K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2), \text{ oder:}$$

$$= \frac{1}{3} \Sigma b(h^3 - e^3),$$

$$(21) \quad \text{und } J_1 = \frac{1}{3} \Sigma(k_1 d_1^2 - k_2 d_2^2), \text{ oder:}$$

$$= \frac{1}{3} \Sigma b_1(h_1^3 - e_1^3) \text{ ist.}$$

Die Werthe von J und J_1 hängen lediglich von der Form und den Dimensionen des Trägerquerschnittes ab.

Daher ist, wenn der Träger in der Mitte belastet wird:

$$\frac{Wl}{4} = M.$$

$$(22) \quad W = \frac{4M}{l}.$$

XVIII. Wenn die Elasticität des Materials vollkommen, d. h. $s_1 = s$ ist, so mag $J_0 = J + J_1 =$ dem Festigkeitsmomente des ganzen Trägerquerschnittes, bezogen auf die neutrale Axe, als Hebelaxe:

$J_x =$ das Festigkeitsmoment des ganzen Querschnittes, aber auf eine beliebige, der neutralen Axe parallele Linie NO bezogen, die in der Entfernung $\bar{x}$ von derselben liegt, genannt werden.

Dann wird aus Gleichung (19):

$$(23) \quad M = s(J + J_1) = sJ_0,$$

worin J und J_1 durch die Gleichungen (20) und (21) gegeben sind,

und aus Gleichung (22) ergibt sich:

$$W = \frac{4M}{l} = \frac{4sJ_0}{l},$$

aber $S = hs$, wenn h die Distanz von der Oberkante des Trägers bis zur neutralen Axe bedeutet:

$$(24) \quad W = \frac{4SJ_0}{hl}.$$

Dies ist der Ausdruck für das Bruchgewicht im Mittel des Trägers, wenn das Material vollkommen elastisch ist.

Wenn $K_1 D_1$ u. s. w. und $k_1 d_1$ u. s. w. in den Gleichungen (20) und (21) in Bezug auf die neutrale Axe NO genommen wird, so ist:

$$(25) \quad J_x = J + J_1, \\ J_x = \frac{1}{3} \Sigma b(h^3 - e^3) + \frac{1}{3} \Sigma b_1(h_1^3 - e_1^3).$$

XIX. In einem soliden rectangulären Träger ist $K_2 = 0$, $k_2 = 0$, $J = \frac{1}{3} K_1 D_1^2$ und $J_1 = \frac{1}{3} k_1 d_1^2$,

$$M = \frac{s}{3} K_1 D_1^2 + \frac{s_1}{3} k_1 d_1^2.$$

Aber in Gleichung (5), Artikel VIII, ist:

$$\begin{aligned} s D_1^2 &= s_1 d_1^2, \\ M &= \frac{s D_1^2}{3} (K_1 + k_1), \\ &= \frac{s D_1^2}{3} K, \\ &= \frac{1}{3} S D_1 K, \text{ oder} \\ (26) \quad &= \frac{1}{3} S_1 d_1 K, \end{aligned}$$

worin K für die Fläche des ganzen Querschnitts gesetzt ist.

Daher variirt das Bruchmoment bei einem rectangulären Träger wie die Querschnittsfläche desselben $\times$ der Widerstandsfähigkeit des Materials per Quadratzoll auf der obern oder untern Kante $\times$ der Entfernung dieser Kante von der neutralen Axe.

Ist der Träger in der Mitte belastet und an den Enden unterstützt, so ist $M = \frac{Wl}{4}$, daher wird aus Gleichung (26)

$$\frac{Wl}{4} = \frac{1}{3} S D_1 K \text{ oder } \frac{1}{3} S_1 D_1 K;$$

$$(27) \quad W = \frac{4 S D_1 K}{3l} \text{ oder } \frac{4 S_1 d_1 K}{3l}.$$

Nun ist $S_1 K$ die absolute Festigkeit des ganzen Querschnitts des Trägers und daher die relative Festigkeit eines rectangulären Trägers, der in der Mitte belastet und an den Enden unterstützt ist: *proportional der absoluten Festigkeit, multiplicirt mit dem Abstände der neutralen Axe von der Unterkante, dividirt mit dem Abstände der Unterstützungspunkte von einander.*

XX. Ist die Elasticität des Materials vollkommen, dann ist (III.) $D_1 = \frac{1}{2} D$, wobei D für die ganze Höhe des Trägers gesetzt ist, und in diesem Falle erhalten wir aus Gleichung (26):

$$(28) \quad M = \frac{1}{6} S D K,$$

und aus Gleichung (27):

$$(29) \quad W = \frac{2 S D K}{3l}.$$

Wäre das Material nach den Hypothesen von Galileo Galilei und Leibnitz unzusammendrückbar, so würde die neutrale Axe an der Oberkante der Träger liegen und $d_1 = D$ sein; Gleichung (26) aber würde werden:

$$(30) \quad M = \frac{1}{3} S_1 D K.$$

In gleicher Art würden wir, wenn das Material keine Ausdehnung zuliefse, haben:

$$(31) \quad M = \frac{1}{3} S D K.$$

Die Resultate, welche durch die Formeln (28), (30) und (31) ausgedrückt werden, sind nach drei verschiedenen Hypothesen abgeleitet, aber man wird leicht bemerken, daß in allen dreien das Bruchmoment sich verändert, wie die Querschnittsfläche, multiplicirt mit der Höhe. Barlow constatirte dieß Gesetz auf dem Versuchswege und zeigte, daß die

Gröfse S , der Bruchmodulus genannt, eine constante für Träger desselben Materials sei.

Diese Constante oder der Bruchmodulus ist für alle Materialgattungen bestimmt worden, welche im praktischen Leben Anwendung finden. Es ist daher in der Praxis Gebrauch geworden, diefs Gesetz als für alle Querschnittsformen von Trägern anwendbar zu betrachten. Hodgkinson zeigte, durch eine Reihe sinnreicher Experimente, dafs das Gesetz für gusseiserne Träger mit doppelten Flangen nahezu richtig sei. Fairbairn glaubte, dafs diefs Gesetz auch zur Berechnung der Festigkeit von Röhrenträgern dienen könne, und bestimmte dem zu Folge die Verhältnisse der Conway-Röhre. Unter gewissen Beschränkungen bestätigte Tate schon damals die Ansichten Fairbairn's durch die Analysis. Eine genauere und verständliche Behandlung dieses Gegenstandes wird im Verlaufe dieser Schrift gegeben werden.

Allgemeine Formeln für das Festigkeitsmoment.

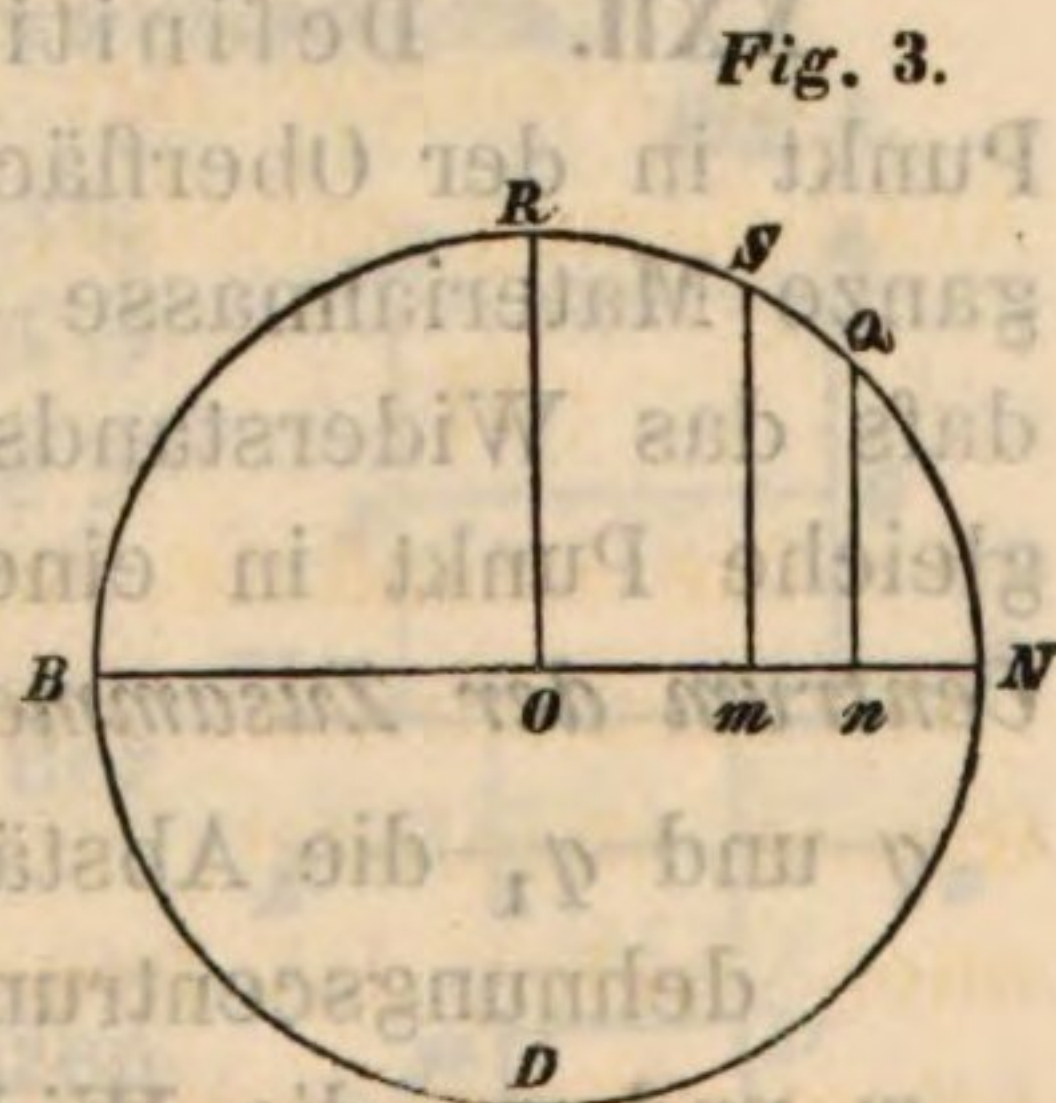
XXI. Es ist in Artikel XVII gezeigt worden, dafs das Festigkeitsmoment der Summe der rectangulären Räume $SQkg$ (Fig. 2) gleich ist:

$$J = \frac{1}{3} \sum \{ b(h^3 - e^3) \}.$$

Wenn nun $e = 0$ wird, so bedeutet dieser Ausdruck das Festigkeitsmoment der Summe aller Rechtecke $SQnm$, das heifst:

$$(32) \quad J = \frac{1}{3} \sum b h^3.$$

Sei $RNDB$ der Querschnitt eines Trägers, der transversalen Druck erleidet. NOB sei die Axe, die durch den Schwerpunkt des Querschnitts geht. $SQnm$ ein schmales, rechtwinkliges Element.



Sei $y = Sm$, $x = Om$, und $\Delta x = mn$, so wird aus der Gleichung (22):

$$J = \frac{1}{3} \Sigma y^3 \Delta x, \quad (33) \quad J = \frac{1}{3} \int y^3 dx,$$

wobei die Grenzen der Integration noch zu bestimmen sind. Nimmt man an, daß diese Grenzen zwischen $x = 0$, und x liegen, so wird das Trägheitsmoment des Raumes $ORSm$ sein:

$$(34) \quad J = \frac{1}{3} \int_0^x y^3 dx,$$

wo y in Theilen von x , nach der Gleichung der Curve RSN , bestimmt werden mag.

Dieser Ausdruck ist gleich dem folgenden mit doppelter Integration:

$$J = \int_0^x dx \int_0^y y^2 dy,$$

worin $dx \int_0^y y^2 dy$ gleich ist dem Trägheitsmomente des Elements $SQnm$, und der ganze Ausdruck ist die Summe der Momente der Elemente zwischen OR und Sm , das ist das Moment des Raumes $ORSm$.

Mittelpunkt der Zusammendrückung und Ausdehnung.

XXII. Definition: *Das Centrum der Dehnung* ist der Punkt in der Oberfläche, welche die Dehnung erleidet, wo die ganze Materialmasse concentrirt gedacht werden kann, ohne daß das Widerstandsmoment dadurch verändert werde. Der gleiche Punkt in einer Fläche, welche Druck erleidet, wird *Centrum der Zusammendrückung* genannt. Seien

q und q_1 die Abstände eines Zusammendrückungs- und Ausdehnungscentrums von der neutralen Axe,

m und m_1 die Widerstände der gedehnten und gedrückten Flächen gegen Bruch,

A und a die gedrückten und gedehnten Flächen, und so fort bis zur soeben benutzten Bezeichnung.

Aus der Definition ergibt sich:

$$m = SAq, \text{ und } m_1 = S_1 a q_1.$$

Daher verhalten sich in Trägern von gleichem Materiale die Festigkeit wie die Abstände der Zusammendrückungs- und Dehnungsmittelpunkte von der neutralen Axe.

Nun ist $S = qs$,

$$m = SAq = s A q^2,$$

es ist aber $m = sJ$ und daher:

$$(35) \quad \begin{aligned} s A q^2 &= sJ, \\ A q^2 &= J, \end{aligned}$$

und gleicherweise:

$$(36) \quad a q_1^2 = J_1.$$

Hieraus erscheint nach den Eigenschaften des Festigkeitsmoments, die in allen Werken über Mechanik gegeben werden, daß J das Moment der Festigkeit der zusammengedrückten Fläche und q die Distanz ihres Dehnungsmittelpunktes von der neutralen Axe ist, und daß ein vollkommen gleiches Verhältniß in Bezug auf den Ausdehnungsmittelpunkt stattfinde.

Wenn $s = s_1$ ist, wobei $Q =$ das Maafs der Drehung des ganzen Querschnitts K des Trägers bedeutet, so haben wir:

$$(37) \quad M = SKQ \text{ und}$$

$$KQ^2 = J + J_1,$$

$$(38) \quad = J_0 \text{ oder } J_x,$$

wie auch der Fall gestaltet sein möge.

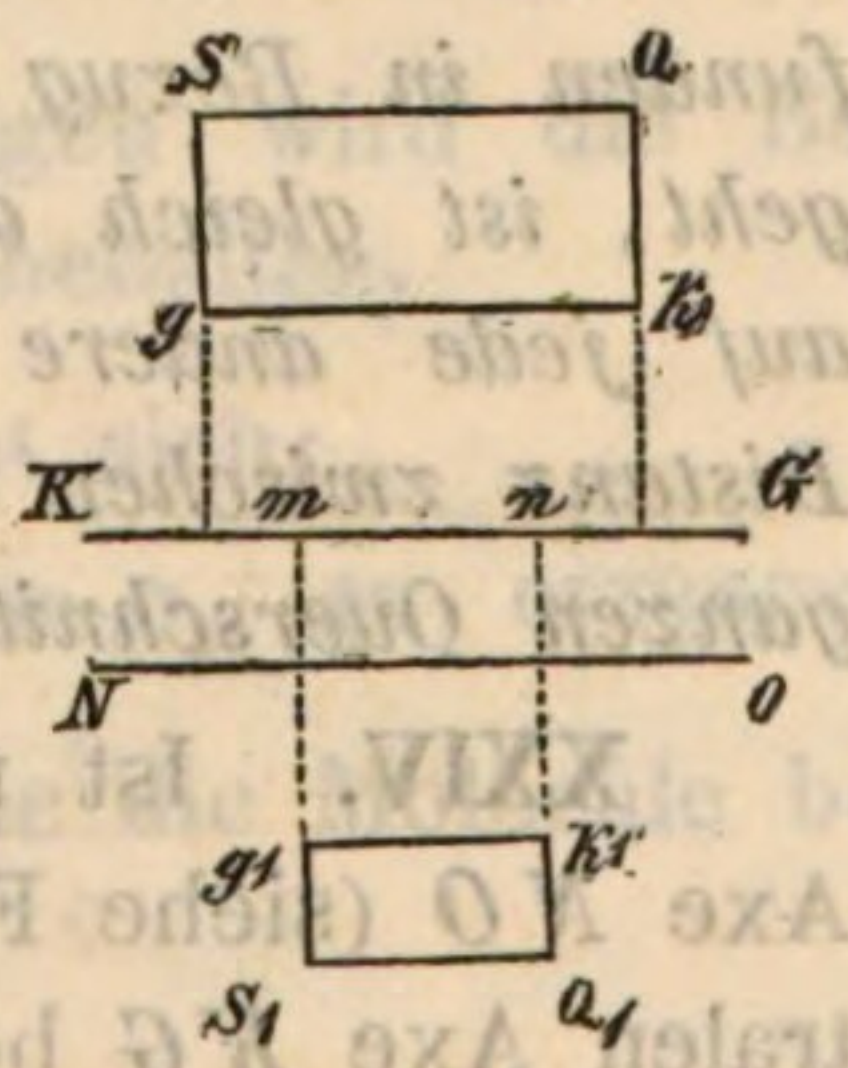
Die Axe der Momente zu verändern.

Fig. 2.

XXIII. Sei (Fig. 2) KG die neutrale Axe, welche durch den Schwerpunkt geht, und NO irgend eine andere Axe, die im Abstände $\bar{x}$ parallel mit ihr läuft. Seien

$\bar{J}$ und $\bar{J}_1 =$ die Festigkeitsmomente der Querschnitte über und unter NO ,

$J_x = \bar{J} + \bar{J}_1$ das Moment des ganzen Querschnitts in Bezug auf NO ,



J_0 == das Festigkeitsmoment des ganzen Querschnitts in Bezug auf KG . Die übrige Bezeichnung möge dieselbe wie in den vorhergehenden Untersuchungen bleiben.

Durch Gleichung (20), Artikel XVII, erhalten wir:

$$J = \Sigma \frac{b}{3} (h^3 - e^3),$$

$$\bar{J} = \Sigma \frac{b}{3} \{ (h + \bar{x})^3 - (e + \bar{x})^3 \}.$$

Aber durch Reduction und unter Berücksichtigung, daß $\alpha = b(h - e)$ und $g = \frac{h + e}{2}$ sei, wird gefunden:

$$\frac{b}{3} \{ (h + \bar{x})^3 - (e + \bar{x})^3 \} =$$

$$\frac{b}{3} (h^3 - e^3) + 2\bar{x}\alpha g + \bar{x}^2\alpha.$$

$$\bar{J} = \Sigma \frac{b}{3} (h^3 - e^3) + 2\bar{x} \Sigma \alpha g + \bar{x}^2 \Sigma \alpha.$$

$$\bar{J} = J + 2\bar{x} A \cdot G + \bar{x}^2 A.$$

Durch Substitution von $-\bar{x}$ für $\bar{x}$ erhalten wir:

$$\bar{J}_1 = J_1 - 2\bar{x} A_1 G_1 + \bar{x}^2 A_1,$$

$$J_x = \bar{J} + \bar{J}_1 = J + J_1 - 2\bar{x} (AG - A_1 G_1) + \bar{x}^2 (A + A_1).$$

Es ist aber:

$$J + J_1 = J_0, \quad A + A_1 = K, \quad \text{und nach Art. XII.: } AG - A_1 G_1 = 0.$$

$$(39) \quad J_x = J_0 + \bar{x}^2 K,$$

$$(40) \quad J_0 = J_x - \bar{x}^2 K.$$

Das heißt: *Das Festigkeitsmoment des Querschnitts, gefunden in Bezug auf die Axe, die durch den Schwerpunkt geht, ist gleich dem Festigkeitsmomente, gefunden mit Bezug auf jede andere parallele Axe, minus dem Quadrate der Distanz zwischen diesen Axen, multiplicirt mit der Fläche des ganzen Querschnittes.*

XXIV. Ist nun J_x in Bezug auf irgend eine passende Axe NO (siehe Fig. 2) in einer Entfernung $\bar{x}$ von der neutralen Axe KG bestimmt, so ist das Festigkeitsmoment J_0 , in

Bezug auf die neutrale Axe, durch Gleichung (40) gegeben. Daher ist der Werth für J_0 in Gleichung (24) durch Gleichung (40) gegeben, und überdies, wenn d für die Distanz der Axe NO von der Oberkante des Trägers gesetzt wird, so haben wir $h = d \pm \bar{x}$. Zu beachten ist ferner, daß der Werth für $\bar{x}$ in Gleichung (13), Artikel XII, gegeben ist.

Hieraus folgt:

$$(41) \quad W = \frac{4SJ_0}{hl},$$

$$(41) \quad W = \frac{4S(J_x - \bar{x}^2 K)}{l(d \pm \bar{x})}.$$

Durchbiegung der Träger.

XXV. Bedeute die beiegehende Figur einen Träger, der an einem Ende befestigt und durch das am andern Ende L befestigte Gewicht W gebogen ist. NK bedeute einen kleinen Theil der neutralen Axe und O den Mittelpunkt ihrer Krümmung. Sei

$c = NK = Aa$ die Länge eines kleinen Theils der neutralen Axe LNK ,

$c_1 = Ba$ die Extension der Fiber Aa ,

$\rho = OK = ON$ der Krümmungshalbmesser des Theils NK der neutralen Axe,

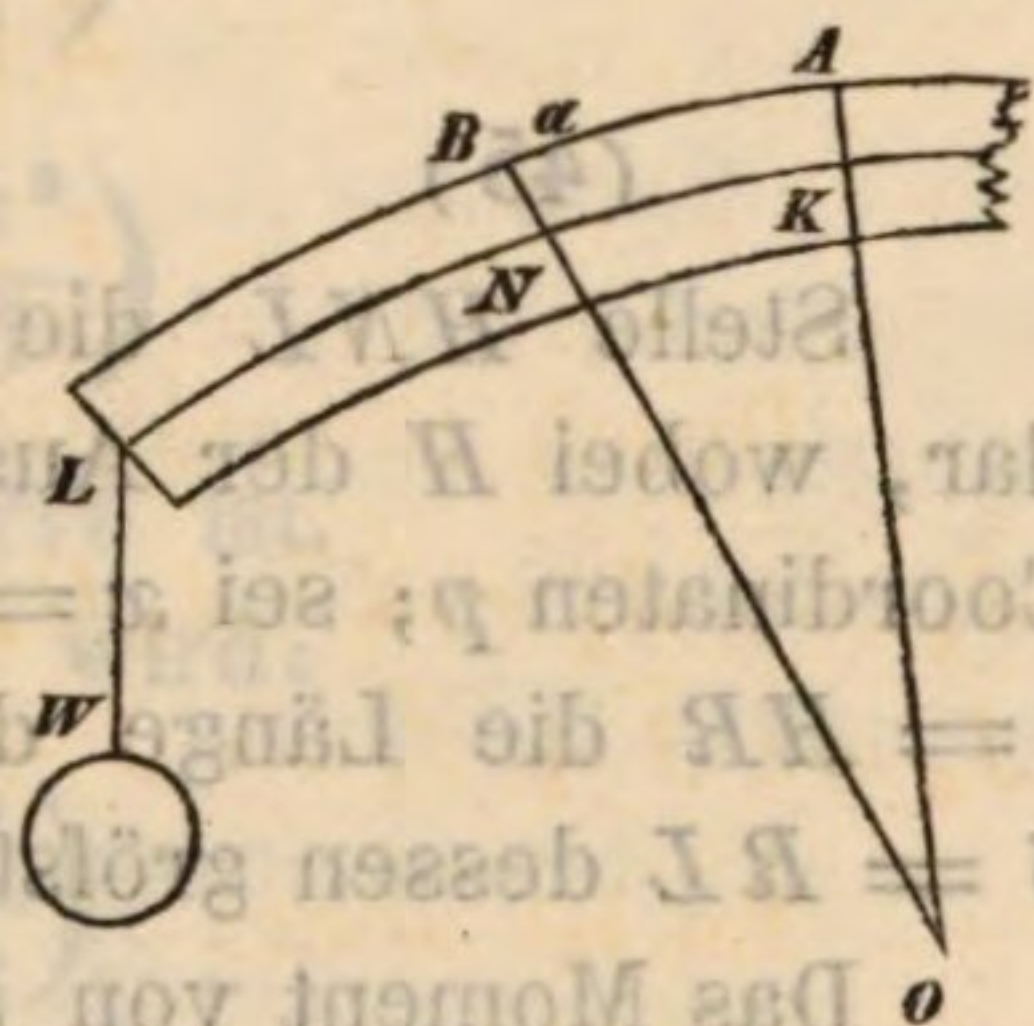
$a = KA = Na$ die Distanz der Oberkante des Trägers von der neutralen Axe,

$E =$ der Elasticitätsmodulus. Im Uebrigen wird die Bezeichnung der früheren Untersuchungen beibehalten.

Aus Gleichung (1), Artikel IV, ergibt sich:

Die Kraft eine Dehnung von der Gröfse c_1 zu erzeugen oder $p = \frac{Ec_1}{c}$. Aber die Kraft, welche die Molecüle bei Aa entfernt, oder $p = sa$:

Fig. 4.



$$(42) \quad sa = \frac{Ec_1}{c}.$$

Durch die ähnlichen Dreiecke ONK und NBa findet sich:

$$Ba : Na = NK : OK.$$

Das heißt $c_1 : a = c : \varrho$.

$$(43) \quad \frac{c_1}{c} = \frac{a}{\varrho}.$$

Dies in Gleichung (42) substituierend erhält man:

$$(44) \quad sa = \frac{Ea}{\varrho}, \quad s = \frac{E}{\varrho}.$$

Aus Gleichung (23), Artikel XVIII, findet sich:

$$(45) \quad \begin{aligned} M &= sJ_0, \\ M &= \frac{EJ_0}{\varrho}, \\ M\varrho &= EJ_0. \end{aligned}$$

Stelle HNL die Beugungcurve dar, wobei H der Ausgangspunkt der Coordinaten p ; sei $x = HV$, $y = VN$, $l = HR$ die Länge des Trägers und $\delta = RL$ dessen größte Durchbiegung.

Das Moment von W , in Bezug auf den Punkt N des Trägers betrachtet, ist:

$$M = W \times RV,$$

$$M = W(l - x).$$

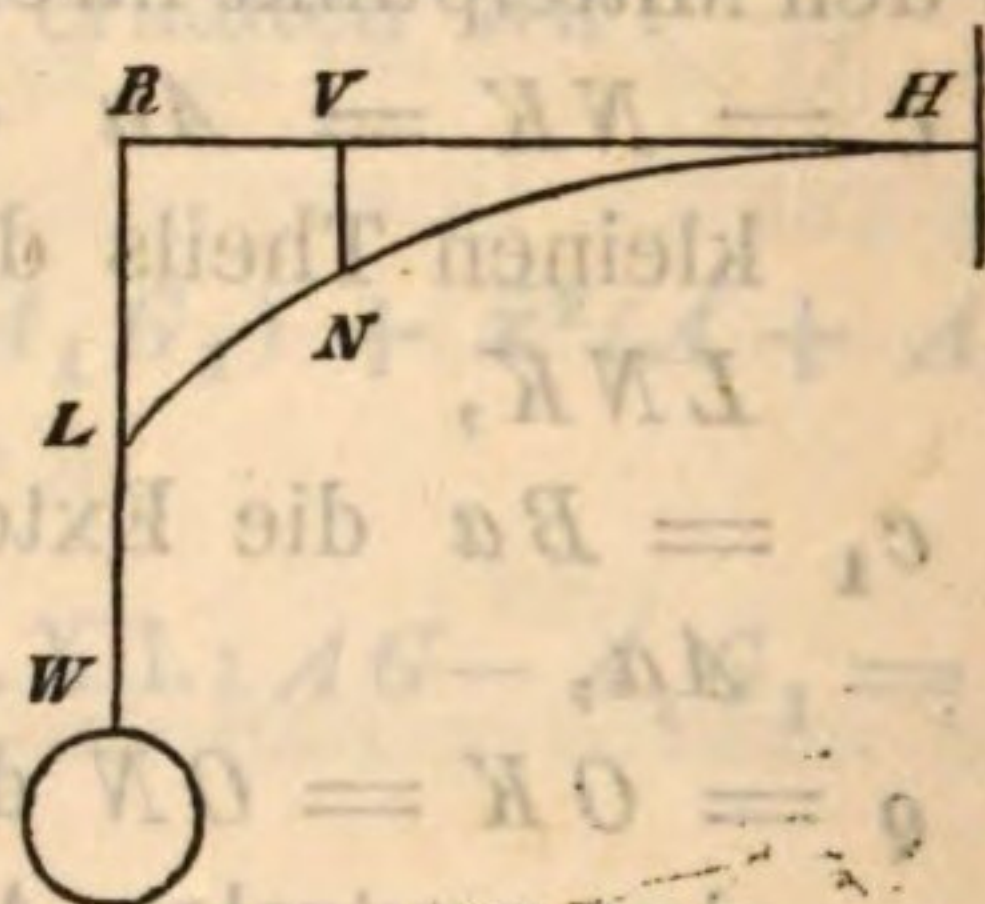
Daher nach Gleichung (45):

$$(46) \quad \frac{W(l - x)\varrho}{EJ_0} = \frac{1}{\varrho} = \frac{W(l - x)}{EJ_0}.$$

Es ist aber:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Fig. 5.



(84) Nun ist $\frac{dy}{dx}$ gleich der Tangente des Winkels, den eine Linie, welche die Curve bei N berührt, mit HR macht. Da aber die Durchbiegung eines Trägers immer verhältnißmässig klein ist, so ist es dieser Winkel gleichfalls, und daher kann $\frac{dy^2}{dx^2}$ vernachlässigt werden.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Wenn wir dies mit Gleichung (46) vergleichen, so haben wir:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{W(l-x)}{EJ_0},$$

und wenn wir nach und nach zwischen den Grenzen x und 0 integrieren:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W}{EJ_0} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \text{ und}$$

$$(47) \quad y = \frac{W}{EJ_0} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right),$$

welches die Gleichung der Deflectionscurve ist.

Ist nun $y = RL = \delta$, $x = l$, so wird:

$$\delta = \frac{W}{EJ_0} \left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6} \right).$$

$$(48) \quad \delta = \frac{Wl^3}{3EJ_0},$$

welches die größte Durchbiegung eines an einem Ende befestigten, am andern Ende belasteten Trägers ist.

Wenn ein Träger, der an beiden Enden aufruht, in der Mitte durch ein Gewicht W belastet wird, so tritt eine Biegung an diesem Punkte ein, als wenn eine Kraft $\frac{W}{2}$ in einer Distanz $\frac{l}{2}$ von ihm wirkte. Die größte Durchbiegung für diesen Fall wird daher gefunden werden, wenn man $\frac{W}{2}$

für W und $\frac{l}{2}$ für l in die eben erhaltene Formel (48) einsetzt.

$$(49) \quad \delta = \frac{W l^3}{48 E J_0}.$$

Allgemeine Formeln, die sich auf die Aehnlichkeit der Träger gründen.

Neutrale Axe in ähnlichen Trägern.

XXVI. Die neutrale Axe in ähnlichen Trägern theilt die Verticalaxe verhältnißmäßig.

Sei zuerst die Elasticität des Materials als vollkommen angenommen. Gehe NO der begehenden Figur durch den Mittelpunkt der Verticalaxe des Trägers und KG die neutrale Axe durch den Schwerpunkt des Querschnittes. Sei

$r =$ das Linearverhältniß zweier Träger von in jeder Beziehung ähnlichem Querschnitte,

$\bar{x}$, a u. s. w. $=$ die Elemente des Querschnitts des einen Trägers, wie in Artikel XII,

$\bar{x}'$, a' u. s. w. $=$ die correspondirenden Elemente in dem andern Träger.

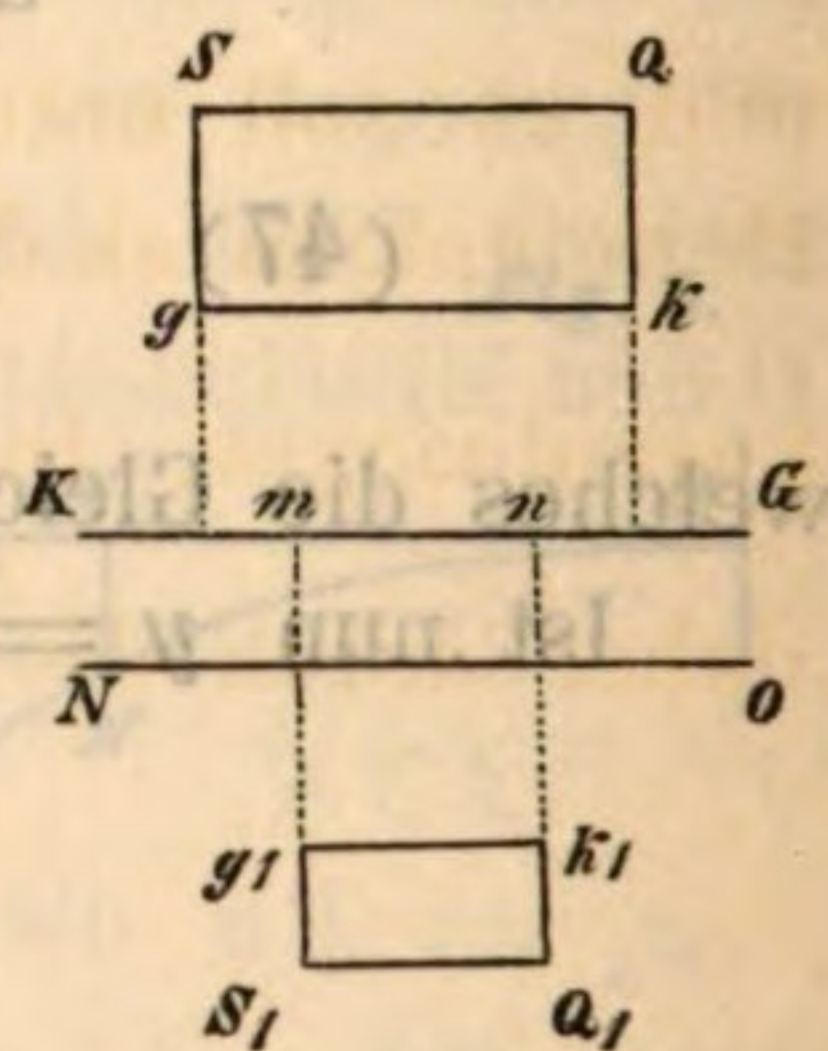
Aus Gleichung (13), Artikel XII, erhält man:

$$x = \frac{\Sigma a g - \Sigma a_1 g_1}{K},$$

$$x' = \frac{\Sigma a' g' - \Sigma a'_1 g'_1}{K'},$$

K' ist aber $r^2 K$, $a' = r^2 a$, $g' = r g$ und so fort:

Fig. 2.



$$\begin{aligned}\bar{x}' &= \frac{\Sigma r^3 a g - \Sigma r^3 a_1 g_1}{r^2 K}, \\ &= r \frac{\Sigma a g - \Sigma a_1 g_1}{K}, \\ &= r \bar{x}.\end{aligned}$$

XXVII. Sei zweitens die Widerstandsfähigkeit des Materials für Zusammendrückung und Ausdehnung verschieden. In diesem Falle möge KG der vorstehenden Figur die neutrale Axe bedeuten; wenn wir dann die Bezeichnungsart aus Artikel IX annehmen, so erhalten wir die folgenden Beziehungen:

$$\frac{AG}{A_1 G_1} = \frac{s_1}{s} \text{ und}$$

$$\frac{A' G'}{A'_1 G'_1} = \frac{s'_1}{s'_1}.$$

Sei das Verhältniß $\frac{A_1}{A}$ und $\frac{s_1}{s}$ dasselbe für zwei Träger und es soll untersucht werden, welches die geometrischen Beziehungen sind, die geeignet sind, diese Bedingungen hervorzubringen. Durch die Annahme $\frac{s_1}{s} = \frac{s'_1}{s'_1}$ und $\frac{A}{A_1} = \frac{A'}{A'_1}$; daher durch die beiden vorhergehenden Gleichungen:

$$(50) \quad \frac{G}{G_1} = \frac{G'}{G'_1}, \quad \frac{G}{G_1} = \frac{G}{G_1} \text{ oder } \frac{G_1}{G'_1},$$

wo $\bar{G}$ für $G + G_1$ die Distanz der Schwerpunkte der Zusammendrückungs- und Ausdehnungsflächen und dasselbe in Bezug auf $\bar{G}'$ gesetzt ist. Sei

h, h_1 = der Distanz der Ober- und Unterkante des Trägers von der neutralen Axe,

$d = h + h_1$ = der ganzen Höhe des Trägers,

$$(53) \quad \frac{s_1}{s} - \frac{\frac{S_1}{h_1}}{\frac{S}{h}} = \frac{S_1}{S} \cdot \frac{h}{h_1}$$

und ähnlich:

$$\frac{s_1'}{s'} = \frac{S_1}{S} \cdot \frac{h'}{h_1'},$$

$$\frac{h}{h_1} = \frac{h'}{h_1'},$$

$$(51) \quad \frac{d}{d'} = \frac{h}{h'} \text{ oder } \frac{h_1}{h_1'}.$$

Die Formeln (50) und (51) drücken die geometrischen Beziehungen aus, die in den Annahmen begriffen sind. Aber aufer diesen beiden unabhängigen Beziehungen haben wir auch noch $\frac{A}{A_1} = \frac{A'}{A_1'}$. Nun ist es klar, daß diesen drei geometrischen Beziehungen genug gethan wird, wenn die Querschnitte dem Träger ähnlich sind, und daher zeigt die Gleichung (51), daß die Querschnitte durch die neutrale Axe proportional getheilt werden. Dabei ist es interessant, zu bemerken, daß die Bedingungen nicht bloß auf genaue Aehnlichkeit der Querschnittsform beschränkt zu werden brauchen.

XXVIII. Durch eine ähnliche Schlußfolge kann der erste Fall festgestellt werden, denn wir erhalten aus Gleichung (12):

$$\frac{AG}{A_1 G_1} = 1 \text{ und } \frac{A' G'}{A_1' G_1'} = 1,$$

$$\frac{AG}{A_1 G_1} = \frac{A' G'}{A_1' G_1'} \text{ aber}$$

$$\frac{A}{A_1} = \frac{A'}{A_1'},$$

$$\frac{G}{G_1} = \frac{G'}{G_1'}, \quad \frac{\bar{G}}{\bar{G}'} = \frac{G}{G'} \text{ oder}$$

$$\frac{G_1}{G_1'},$$

welches die schon in Gleichung (50) gegebene Beziehung ist.

Daraus erhalten wir:

$$s \text{ oder } s_1 = \frac{S}{h} = \frac{S_1}{h_1},$$

$$\frac{S}{h} = \frac{S_1}{h_1},$$

und ähnlich:

$$\frac{S}{h'} = \frac{S_1}{h'_1}, \quad \frac{h}{h_1} = \frac{h'}{h'_1}, \quad \frac{d}{d'} = \frac{h}{h'} \quad \text{oder} \quad \frac{h_1}{h'_1},$$

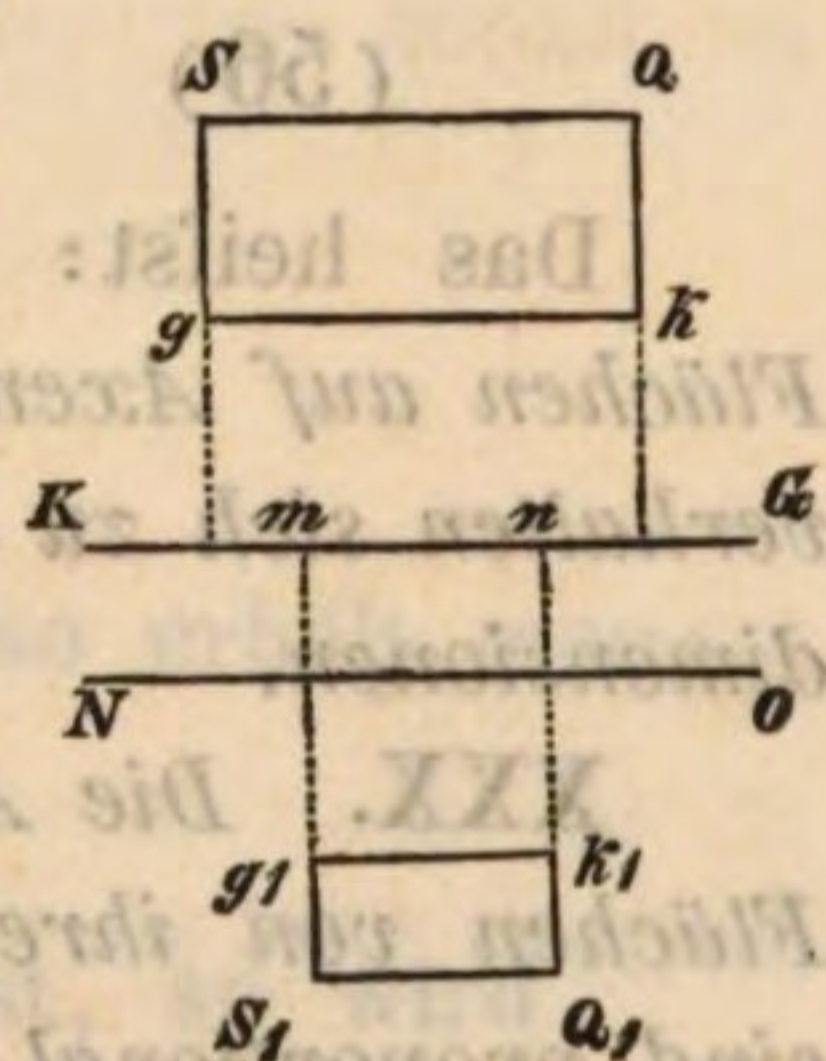
welches wieder die in Gleichung (51) gegebene Beziehung ist.

Festigkeitsmomente ähnlicher Oberflächen.

XXIX. Die Festigkeitsmomente ähnlicher Flächen auf eine Axe bezogen, die ihre Verticaldimensionen verhältnißmäßig theilt, verhalten sich zu einander wie die vierten Potenzen von deren Lineardimensionen.

Fig. 2.

Sei NO der beistehenden Figur irgend eine beliebige Axe der Momente und KG die neutrale Axe des Querschnitts, die durch dessen Schwerpunkt geht. Vorausgesetzt, daß NO die Höhe von zwei Trägern proportional theilt und die Beziehung in den vorhergehenden Formeln beibehalten werde, erhalten wir aus Formel (20), Artikel XVII:



$$J = \frac{1}{3} \Sigma (K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2),$$

wo K_1 und D_1 u. s. w. in Bezug auf NO genommen sind.

$$J' = \frac{1}{3} \Sigma (K'_1 D'^2_1 - K'_2 D'^2_2).$$

Es ist aber $K'_1 = r^2 K_1$ u. s. w., $D'_1 = r D_1$ u. s. w., $K'_1 D'^2_1 = r^4 K_1 D^2_1$ u. s. w.

$$J' = \frac{1}{3} \Sigma (r^4 K_1 D^2_1 - r^4 K_2 D^2_2),$$

$$= \frac{r^4}{3} \Sigma (K_1 D^2_1 - K_2 D^2_2),$$

$$(52) \quad = r^4 J.$$

Und gleicher Weise:

$$(53) \quad J'_1 = r^4 J_1.$$

Durch Addition der Gleichung (52) und (53):

$$J' + J'_1 = r^4 (J + J_1).$$

Es ist aber $J_x = J + J_1$ und $J'_x = J' + J'_1$.

$$(54) \quad J'_x = r^4 J_x,$$

welches der analytische Ausdruck für das Theorem ist.

Werden die Momente auf die Axe bezogen, die durch den Schwerpunkt geht, so erhalten wir aus der Gleichung (40), Artikel XXIII:

$$J_0 = J_x - \bar{x}^2 K \text{ und}$$

$$J'_0 = J'_x - \bar{x}'^2 K'.$$

Es ist aber

$$J'_x = r^4 J_x, \quad \bar{x}' = r \bar{x} \text{ und } K' = r^2 K.$$

$$(55) \quad J'_0 = r^4 J_x - r^4 \bar{x}^2 K,$$

$$= r^4 (J_x - \bar{x}^2 K),$$

$$(56) \quad = r^4 J_0.$$

Das heisst: *Die Festigkeitsmomente von zwei ähnlichen Flächen auf Axen bezogen, die durch ihren Schwerpunkt gehen, verhalten sich zu einander wie die vierten Potenzen ihrer Lineardimensionen.*

XXX. *Die Abstände der Schwingungsmittelpunkte ähnlicher Flächen von ihren relativen, ähnlich gelegenen Rotationsaxen sind proportional den Lineardimensionen der Flächen.*

Durch Gleichung (38), Artikel XXII, erhalten wir:

$$K Q^2 = J_x,$$

$$K' Q'^2 = J'_x,$$

$$\frac{K' Q'^2}{K Q^2} = \frac{J'_x}{J_x},$$

$$\frac{r^2 K Q'^2}{K Q^2} = \frac{r^4 J_x}{J_x},$$

$$\frac{Q'^2}{Q^2} = r^2,$$

$$\frac{Q'}{Q} = r.$$

welches der analytische Ausdruck für dieses Theorem ist.

Relative Festigkeit ähnlicher Träger.

XXXI. Die Bruchmomente ähnlicher Flächen verhalten sich zu einander wie die Kuben ihrer linearen Dimensionen.

Aus Gleichung (17), Artikel XVII, ist

$$m = sJ = \frac{SJ}{h},$$

$$m' = \frac{SJ'}{h'}.$$

Da aber nach Artikel XXVI die neutralen Axen die Flächen proportional theilen, so ist:

$$J' = r^4 J \text{ und } h' = rh,$$

$$m' = r^3 \frac{SJ}{h},$$

$$(57) \quad m' = r^3 m,$$

und in gleicher Weise:

$$(58) \quad m'_1 = r^3 m_1.$$

Addirt man Gleichung (57) und (58), so erhält man:

$$m' + m'_1 = r^3(m + m_1),$$

da aber $M' = m' + m'_1$ und $M = m + m_1$ ist, so wird

$$(59) \quad M' = r^3 M,$$

welches der analytische Ausdruck für das Theorem ist.

Die Ableitung kann auch in folgender Weise, mit Hülfe der Gleichung (19) in Artikel XVII, geschehen:

$$M = sJ + s_1 J_1 = \frac{SJ}{h} + \frac{S_1 J_1}{h_1},$$

$$M' = \frac{SJ'}{h'} + \frac{S_1 J'_1}{h'_1},$$

$$= \frac{Sr^4 J}{rh} + \frac{S_1 r^4 J_1}{rh_1},$$

$$= r^3 \left\{ \frac{SJ}{h} + \frac{S_1 J_1}{h_1} \right\},$$

$$= r^3 M.$$

XXXII. Die Bruchgewichte ähnlicher Träger verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Lineardimensionen.

Aus Gleichung (22), Artikel XVII, ist

$$W = \frac{nM}{l},$$

$$W' = \frac{nM'}{l'},$$

aus Gleichung (59), Art. XXXI, aber $M' = r^3 M$ und $l' = rl$,

$$W' = \frac{r^3 n M}{rl},$$

(60)

$$= r^2 W.$$

Oder in folgender Weise:

Angenommen, die Elasticität des Materials sei vollkommen, so haben wir aus Gleichung (41), Artikel XXVI:

$$W = \frac{4S(J_x - x^2 K)}{l(d \pm \bar{x})},$$

$$W' = \frac{4S(J'_x - \bar{x}'^2 K')}{l'(d' \pm \bar{x}')},$$

d' ist aber $= rd$ nach Gleichung (54) $J'_x = r^4 J_x$; nach Artikel XXVI: $\bar{x}' = r\bar{x}$, $l' = rl$ und $K' = r^2 K$.

$$W' = \frac{4S(r^4 J_x - r^2 \bar{x}^2 r^2 K)}{rl(rd \pm r\bar{x})},$$

$$= \frac{r^2 4S(J_x - \bar{x}^2 K)}{l(d \pm \bar{x})},$$

$$= r^2 W.$$

XXXIII. Festigkeit der Conway-Röhre nach diesen Formeln berechnet.

Bei den Modells der Conway-Röhre, welche von Fairbairn, Stephenson und Hodgkinson zu ihren Versuchen benutzt wurden, war

$$W = 89.15 \text{ Tons,}$$

$$l = 900 \text{ „}$$

und bei der Conway-Röhre selbst war

$$l = 4800 \text{ Tons;}$$

es ist daher:

$$r = \frac{4800}{900} = \frac{16}{3},$$

$$W' = r^2 W$$

$$= \left(\frac{16}{3}\right)^2 \times 89.15 = 2535 \text{ Tons},$$

das Bruchgewicht der Conway-Röhre, angenommen, daß dieselbe in allen Hinsichten dem Modelle ähnlich sei.

In ähnlicher Weise kann das Bruchgewicht eines Trägers von beliebiger Dimension und willkürlichem Querschnitt berechnet werden, wenn das Bruchgewicht eines Experimentträgers von ähnlichem Querschnitt anderer Lineardimensionen bekannt ist.

XXXIV. *Die Bruchgewichte ähnlicher Träger verhalten sich gegen einander wie ihre Querschnittsflächen.*

Nach Gleichung (60), Artikel XXXII, ist

$$W' = r^2 W,$$

$$\frac{W'}{W} = r^2,$$

A' ist aber gleich $r^2 A$ oder $\frac{A'}{A} = r^2$,

$$(61) \quad \frac{W'}{W} = \frac{A'}{A}.$$

XXXV. *Festigkeit der Conway-Röhre nach dieser Formel berechnet.*

Bei der Modellröhre war:

$$W = 89.15 \text{ Tons.}$$

Die Fläche des gesamten Materialquerschnitts:

$$A = 54,$$

$$A' \text{ oder der Querschnitt der Conway-Röhre} = 1530,$$

$$\frac{W'}{89.15} = \frac{1530}{54},$$

$$W' = 2526 \text{ Tons.}$$

XXXVI. *Festigkeit der Cubitt'schen gußeisernen Träger mit doppelten Flangen.*

Bei den besten Modellträgern dieser Gattung war (siehe beistehende Figur):

$$CD = 5.9,$$

$$CE = 0.84,$$

$$AB = 2.72,$$

$$AR = 0.83,$$

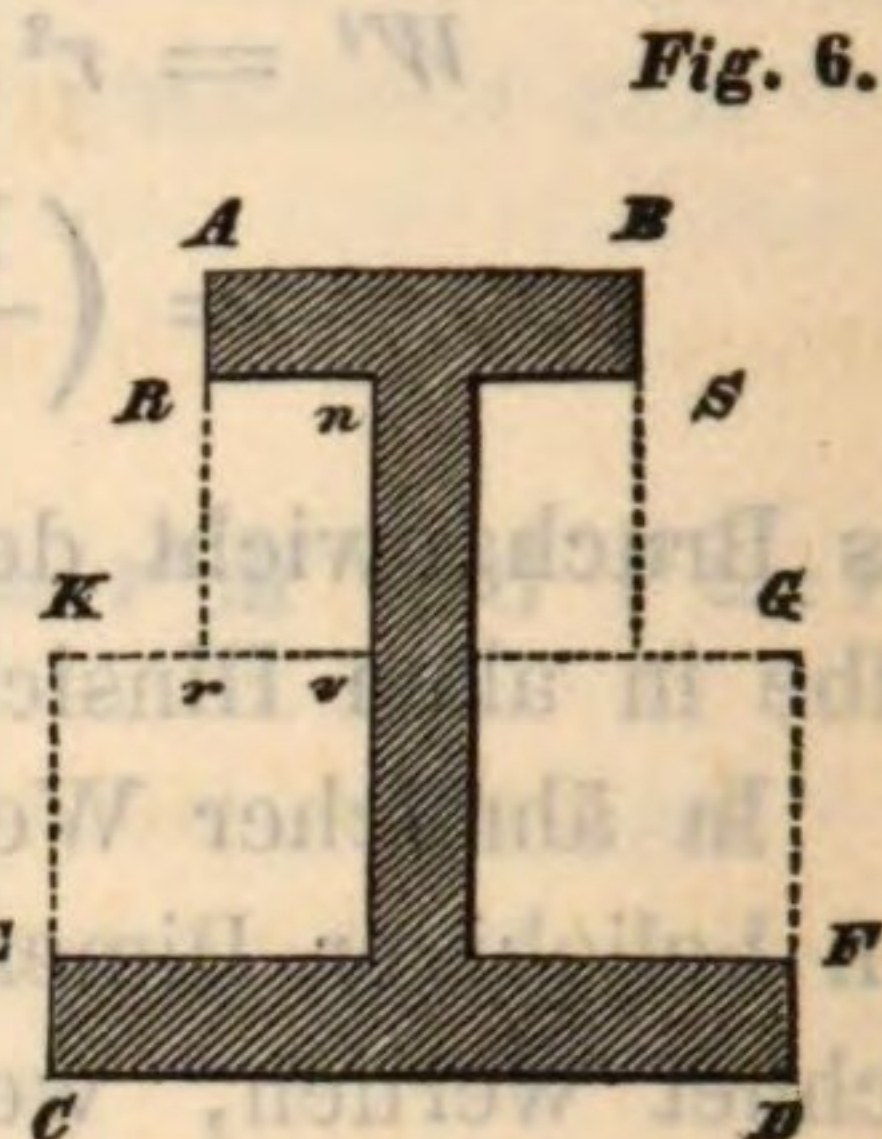
$$AC = 17.25,$$

$$\text{Dicke der Ribbe } nv = 0.68,$$

$$\text{Querschnittsfläche} \dots = 18,$$

$$\text{Länge} \dots \dots \dots = 180 \text{ und}$$

$$W = 16 \text{ Tons.}$$



Es sei die Festigkeit eines ähnlichen Trägers hiernach zu finden, dessen Querschnitt = 6 □ enthält.

Hier ist

$$W = 16,$$

$$A = 18,$$

$$A' = 6,$$

$$\frac{W'}{16} = \frac{6}{18}, \quad W' = 5 \frac{1}{3} \text{ Tons.}$$

XXXVII. *Die Bruchgewichte ähnlicher Träger verhalten sich zu einander, wie die Querschnitte ihres unter der neutralen Axe liegenden Theils.*

Sei a und a' für die Querschnittsflächen der Untertheile zweier ähnlicher Träger gesetzt, dann ist

$$\frac{A'}{A} = \frac{a'}{a}.$$

Daher nach Gleichung (61):

$$(62) \quad \frac{W'}{W} = \frac{a'}{a}.$$

XXXVIII. *Bei ähnlichen Trägern verhalten sich die Cuben der Bruchgewichte derselben zu einander, wie die Quadrate der Gewichte der Träger.*

Es sei w und w' für die respectiven Gewichte der Träger gesetzt, so haben wir:

$$w' = r^3 w, \quad \frac{w'^2}{w^2} = r^6.$$

Aber nach Gleichung (60), Artikel XXXII, ist

$$W' = r^2 W, \quad \frac{W'^3}{W^3} = r^6.$$

Daraus findet sich die Gleichung:

$$(63) \quad \frac{W'^3}{W^3} = \frac{w'^2}{w^2}.$$

L und L' mögen die respectiven Bruchgewichte zweier ähnlicher Träger bezeichnen, dann ist

$$W = L + \frac{w}{2} \text{ und } W' = L' + \frac{w'}{2}.$$

Es ist aber

$$W' = r^2 W,$$

daher durch Substitution:

$$L' + \frac{w'}{2} = r^2 \left(L + \frac{w}{2} \right);$$

wird hierein $r^3 w$ für w' substituirt und reducirt, so ergibt sich:

$$(64) \quad L' = r^2 \left\{ L - \frac{w}{2} (r - 1) \right\},$$

in welcher Formel das Bruchgewicht eines Trägers durch das Bruchgewicht und das Gewicht des entsprechenden, ähnlichen Modellträgers ausgedrückt ist.

XXXIX. *Das Bruchgewicht eines Trägers ist gleich dem Producte aus dessen Querschnitte, der Höhe und einer Constante, die für jede Gattung von Formen des Querschnittes durch Versuche gefunden ist, dividirt durch die Länge.*

Angenommen das Bruchgewicht W eines Trägers, dessen Länge l , Höhe d und Querschnittsfläche K ist, sei durch Versuche gefunden.

Angenommen sei:

$$W = \frac{K d C}{l},$$

wo C eine Constante ist, die aus dieser Gleichung gefunden werden kann.

Aus Gleichung (60), Artikel XXXII, haben wir:

$$\begin{aligned} W' &= r^2 W, \\ &= r^2 \frac{K d C}{l}, \\ &= \frac{r^2 K \cdot r d \cdot C}{r l}, \\ &= \frac{K' d' C}{l'}, \end{aligned} \quad (63)$$

das ist dieselbe Formel

$$(65) \quad W = \frac{K d C}{l},$$

die für alle ähnlichen Träger recht bleibt.

In gleicher Art haben wir, wenn a für den Querschnitt des Untertheils des Trägers gesetzt wird und c eine neue Constante bedeutet:

$$(66) \quad W = \frac{a d c}{l},$$

für $\frac{K}{a} = r_1$ als Constante, $K = a r_1$, erhalten wir durch Substitution in Gleichung (65):

$$(64) \quad W = \frac{a d}{l} r_1 C,$$

$$= \frac{a d c}{l},$$

wo die neue Constante c aus C durch die Gleichung

$$(67) \quad c = r_1 C \text{ oder } \frac{K C}{a}$$

bestimmt wird.

XL. Wenn die Querschnittsflächen der Untertheile von Trägern gegeben sind, das Linearverhältniß r der andern Theile u. s. w. zu finden.

$$\text{Hier ist } a' = r^2 a, \quad r = \sqrt{\frac{a'}{a}},$$

$$\text{aber } d' = r d, \quad d' = d \sqrt{\frac{a'}{a}},$$

welches der Ausdruck für die Höhe des Trägers ist.

Ist umgekehrt die Höhe gegeben, so ist

$$a' = r^2 a \text{ und } r = \frac{d'}{d},$$

$$a' = \frac{d'^2}{d^2} a.$$

XLI. Die Bruchgewichte ähnlicher und gleich langer Träger verhalten sich wie die Cuben ihrer Linearverhältnisse. Aus Gleichung (59) ist

$$M' = r^3 M.$$

Wenn nun die Träger dieselbe Länge haben, so ist

$$M' = \frac{W'l}{4} \text{ und } M = \frac{Wl}{4},$$

$$(68) \quad W' = r^3 W.$$

XLII. Bei Trägern von ähnlichem Querschnitte, aber verschiedenen Längen, l und l_1 , die den Bruchgewichten W und W_1 entsprechen, wird das Verhältniß durch die Gleichung:

$$(69) \quad W_1 = \frac{r^3 W l}{l_1}$$

ausgedrückt.

Dies Resultat folgt unmittelbar aus (68), wenn in Betracht gezogen wird, daß sich die Bruchgewichte umgekehrt wie die Längen verhalten.

Wenn man

$$\sqrt{\frac{a_1}{a}} \text{ oder } \sqrt{\frac{K_1}{K}}$$

für r substituirt, so erhält man:

$$(70) \quad W_1 = \left(\frac{K_1}{K}\right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{Wl}{l_1}.$$

Diese beiden Theoreme sind sehr nützlich für die Vergleichung von Trägern verschiedenen Querschnitts und ungleicher Länge.

Durchbiegung ähnlicher Träger.

XLIII. Die äußersten Durchbiegungen ähnlicher Träger verhalten sich zu einander, wie ihre Lineardimensionen.

Aus Gleichung (49), Artikel XXV, folgt:

$$\delta = \frac{l^3 W}{48 EJ},$$

$$\delta' = \frac{l'^3 W'}{48 EJ'}.$$

Nach Gleichung (56) ist $J' = r^4 J$ und nach Gleichung (60), $W' = r^2 W$ und überdies $l' = rl$,

$$\delta' = \frac{r^3 l^3 \cdot r^2 W}{48 E \cdot r^4 J},$$

$$= r \frac{l^3 W}{48 EJ},$$

(71)

$$\delta' = r \delta.$$

Allgemeine Formeln für Träger, die nur in gewisser Beziehung ähnlich sind.

Festigkeit dieser Träger.

XLIV. Angenommen: der Ober- und Untertheil eines Trägers bestehe aus rechteckigen Platten und die Höhe dieser Theile, sowohl wie die Dicke der Platten und die ganze Höhe des Trägers sei den entsprechenden Theilen des Experimentalträgers, von dem die Constanten C u. s. w. abgeleitet sind, ähnlich; es ist das Bruchgewicht u. s. w. zu finden, wenn die Länge eine Gröfse l_2 , oder die Breite eine Gröfse b_2 , oder die Querschnittsfläche A_2 ist, und die Ribben, welche den Ober- und Untertheil verbinden, vernachlässigt werden.

Als erster Fall sei der betrachtet, wo eine Störung der Aehnlichkeitsverhältnisse durch die Dimension der Länge eintritt.

Nach Gleichung (22) ist

$$W = \frac{nM}{l},$$

$$W_1 = \frac{n M'}{l_1}.$$

Da aber beide Querschnitte ähnlich sind, so wird, nach Gleichung (59), Artikel XXXI, $M' = r^3 M$

$$(72) \quad W_1 = \frac{r^3 n \cdot M}{l_1},$$

$$(72) \quad W_1 = \frac{l}{l_1} r^3 W.$$

Oder, indem $\frac{K d C}{l}$ für W substituirt wird, gestaltet sich diese Gleichung:

$$(73) \quad W_1 = \frac{K' d' C}{l_1}.$$

Im zweiten Falle weiche die Längen- und Breitendimension von der Aehnlichkeit ab.

Die Bruchgewichte solcher Träger müssen, einleuchtender Weise, sich verhalten wie ihre Breiten; wenn daher b' für die Breite des Trägers in Gleichung (72) gesetzt worden ist und b_2 für die Breite des Trägers, dessen Bruchgewicht wir W_2 nennen wollen, so erhalten wir aus dieser Gleichung, indem wir beachten, daß, um der Gleichheit willen, l_1 in l_2 verwandelt ist:

$$W_2 = \frac{b_2}{b'} \frac{l}{l_2} r^3 W.$$

Es ist aber $b' = r b$, daher:

$$(74) \quad W_2 = \frac{b_2 l}{b l_2} \cdot r^2 W.$$

Aus Gleichung (73) ergibt sich, indem l_1 in l_2 und K' in K_2 verwandelt wird:

$$(75) \quad W_2 = \frac{K_2 d' C}{l_2},$$

wo K_2 der Querschnitt, d' die Höhe, l_2 die Länge und C eine Constante bedeutet, die denselben Werth wie in (65) hat.

Aus diesem geht hervor, daß die Regel aus Artikel XXXIX auf Träger jeder Länge und Breite Anwendung findet, unter der einzigen Bedingung, daß die Höhe und die Structur des

Ober- und Untertheils ähnlich sind. Dieß giebt der Anwendbarkeit der Formel einen beträchtlichen Umfang.

Es mag vielleicht gesagt werden, daß die verticalen Platten im Kopf- und Fußtheile der röhrenförmigen Träger die Bedingung stören können, auf der die vorstehenden Untersuchungen beruhen, daß nämlich die Querschnittsfläche der Breite gleich sein müsse. So weit jetzt die theoretische Untersuchung gelehrt hat, können diese verticalen Platten in jeder Weise vertheilt werden. Daher können wir sie so angeordnet denken, daß das Princip genau wahr bleibt.

Dem zu Folge erlaubt das allgemeine Theorem aus Artikel XXXIX folgende wichtige Modification.

Das Bruchgewicht eines Trägers, der aus rechtwinkligen Stücken zusammengesetzt ist, ist gleich dem Producte aus der Querschnittsfläche, der Höhe und einer von dem Experimentträger abgeleiteten Constante, dividirt durch die Entfernung der Stützpunkte, vorausgesetzt, daß die verticalen Linear-dimensionen des Trägers, denen des Modellträgers proportional sind.

XLV. *Durchbiegung ähnlicher Träger von ungleicher Länge.*

Aus Gleichung (48), Artikel XXV, ist:

$$\delta = \frac{Wl^3}{48 EJ},$$

$$\delta_1 = \frac{l_1^3 W_1}{48 EJ'}.$$

Durch Gleichung (72), Artikel XLIV,

$$W_1 = \frac{l}{l_1} r^3 W.$$

Und da die Querschnitte der Träger ähnlich sind, nach Gleichung (56), Artikel XXIX, $J' = r^4 J$, daher erhält man durch Substitution:

$$\delta = \frac{l_1^3}{48 E r^4 J} \cdot \frac{l}{l_1} r^3 W,$$

$$\delta_1 = \frac{l_1^2 l W}{48 E r J},$$

$$(76) \quad \frac{\delta}{\delta_1} = r \frac{l^2}{l_1^2}.$$

Festigkeit verschiedener Trägerformen.

XLVI. Sei $ABCD$ der nebenstehenden Figur ein solides Parallelepipeden, in welchem die neutrale Axe NO durch die Mitte des Querschnitts geht; dann ist nach Artikel XVII, Seite 15, das Festigkeitsmoment des Rechtecks $ABON$ $\frac{1}{3} K_1 D_1^2$, aber das Moment des soliden Rechtecks $ABCD$ ist das Doppelte davon:

$$J_0 = \frac{2}{3} K_1 D_1^2,$$

$$= \frac{1}{3} K \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$(77) = \frac{1}{12} K d^2,$$

welcher Ausdruck das Trägheitsmoment eines soliden Rechtecks, bezogen auf seine durch den Schwerpunkt gehende und der Ober- und Unterkante parallel laufende neutrale Axe bezeichnet.

Setzt man b für die Breite AB des Trägers, so wird dieser Ausdruck:

$$(78) \quad J_0 = \frac{1}{12} b d^3 \quad \text{und}$$

$$M = \frac{S J_0}{\frac{1}{2} d},$$

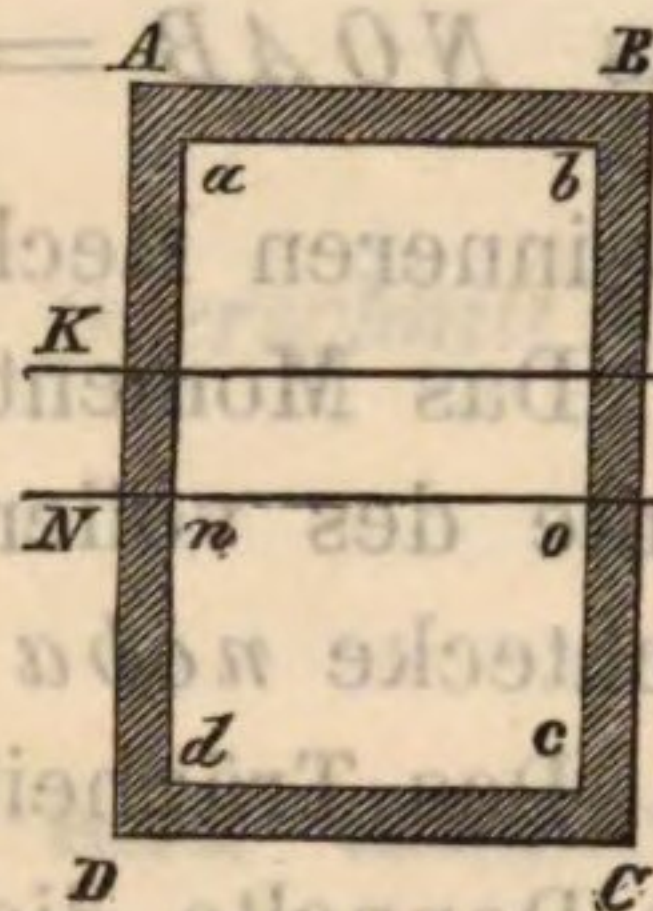
$$(79) = \frac{1}{6} S d K.$$

Im Gedächtnis muß dabei behalten werden, daß M , das Bruchmoment, in diesem ganzen Werke die GröÙe bedeutet, die auch durch W , das Bruchgewicht, bezeichnet ist.

Hohle rectanguläre Träger.

XLVII. Sei $ABCD$ der Querschnitt eines hohlen rectangulären Trägers von gleichmäßiger Stärke, NO die Axe, die durch die Mitte des Querschnitts geht, dann ist $AN = \frac{1}{2} AD$.

Fig. 7.



Gesetzt sei:

$d = AD$, die Höhe des Trägers,

$b = AB$, die Breite des Trägers,

$d_1 = ad$, die innere Höhe des Trägers,

$b_1 = ab$, die innere Breite des Trägers,

$J_0 =$ das Festigkeitsmoment des ganzen Querschnitts.

Nach Artikel XVII ist das Festigkeitsmoment des Rechtecks $NOAB = \frac{1}{3}b\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{1}{24}bd^3$ und ähnlich das Moment des inneren Rechtecks $noab = \frac{1}{24}b_1d_1^3$.

Das Moment des Querschnitts $NOBA$ ist daher dem Momente des vollen Rechtecks $NOBA$, — dem vollen, inneren Rechtecke $noba = \frac{1}{24}(bd^3 - b_1d_1^3)$ gleich.

Das Trägheitsmoment des gesammten Querschnitts ist aber das Doppelte dieses Ausdrucks:

$$(80) \quad J_0 = \frac{1}{12}(bd^3 - b_1d_1^3).$$

Ist $b = d$ und $b_1 = d_1$, das heißt, wenn der Querschnitt des Trägers ein Quadrat ist, so wird aus dieser Gleichung der Ausdruck:

$$(81) \quad J_0 = \frac{1}{12}(d^4 - d_1^4).$$

Oder, wenn K für den Querschnitt des Materials gesetzt ist, so haben wir:

$$(82) \quad \begin{aligned} J_0 &= \frac{1}{12}(d^3 - d_1^3)(d^2 + d_1^2), \\ &= \frac{K}{12}(d^2 + d_1^2). \end{aligned}$$

Um das Bruchmoment M des hohlen Trägers, Art. XLVII, zu finden, haben wir:

$$M = sJ_0 = \frac{S}{d} \cdot J_0$$

und indem der in (80) gefundene Werth von J_0 hineingetragen wird:

$$(83) \quad M = \frac{S}{6d}(bd^3 - b_1d_1^3).$$

Und für den quadratischen Träger erhalten wir aus Gleichung (82):

$$(84) \quad M = \frac{SK}{6d}(d^2 + d_1^2).$$

Ist die Dicke der Wände verhältnißmässig klein, so ist $\frac{d_1}{d}$ nahezu 1 und kann vernachlässigt werden. Es ist also in diesem Falle:

$$M = \frac{1}{6}SKd\left(1 + \frac{d_1^2}{d^2}\right),$$

$$(85) \quad M = \frac{1}{3}SKd,$$

und es variirt daher die Festigkeit, wie der Querschnitt multiplicirt mit der Höhe.

Vergleichung der Festigkeit hohler und massiver Träger.

XLVIII. Wenn man gewillt ist, die Festigkeit eines massiven Trägers mit der eines hohlen von gleicher Höhe und gleichem Querschnitte zu vergleichen, so hat man die Gleichung

$$(79) \quad \text{von der Gleichung (84) } \frac{SKd_1^2}{6d} \text{ abzuziehen, um den}$$

Ueberschuß der Festigkeit des letzteren über die des ersteren zu erhalten. Sind die Seiten des hohlen Trägers dünn, so ist d nahezu gleich d_1 und daher, in diesem Falle, die Festigkeit des hohlen Trägers nahezu doppelt so groß, wie die des massiven.

XLIX. Das Festigkeitsmoment einer quadratischen Zelle $ABCD$ auf irgend eine zu CD oder AB parallele Axe NO zu bestimmen.

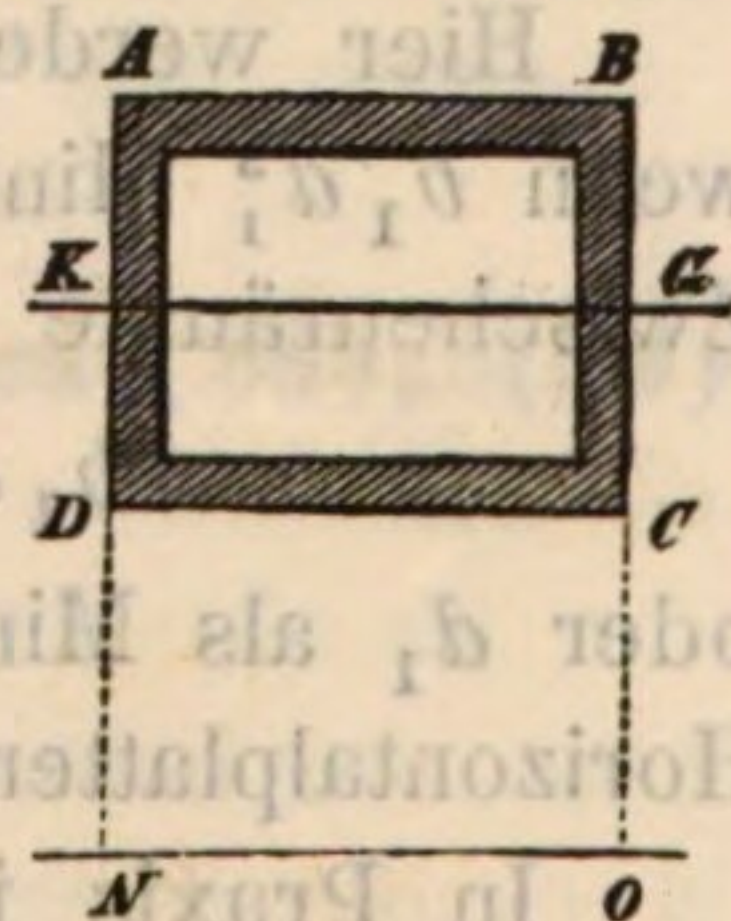
Nach Gleichung (82), Artikel XLVII, ist das Festigkeitsmoment dieser Zelle auf eine Axe, die durch ihren Schwerpunkt geht, bezogen:

$$J_0 = \frac{K}{12}(d^2 + d_1^2).$$

Und nach Gleichung (39), Artikel XXIII:

$$J_x = J_0 + \bar{x}^2 K,$$

Fig. 8.



$$(86) \quad J_x = \frac{K}{12} (d^2 + d_1^2 + 12\bar{x}^2),$$

welches der verlangte Ausdruck ist, in dem $\bar{x}$ den Abstand von KG und NO oder des Schwerpunkts des Querschnitts von der Axe NO bezeichnet.

L. Das Trägheitsmoment einer rectangulären Zelle $ABCD$ in Bezug auf irgend eine Axe zu finden, die mit AB oder CD parallel läuft.

Hier haben wir, indem der in Gleichung (80) gefundene Werth für J_0 substituirt wird:

$$(87) \quad \begin{aligned} J_x &= J_0 + \bar{x}^2 K, \\ &= \frac{1}{12} (b d^3 - b_1 d_1^3) + \bar{x}^2 K. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck giebt auch das Moment einer Reihe von Zellen $ABRS$, auf die Axe KG be-

Fig. 9.

zogen, wo

$b = AB$ die äußere Breite,

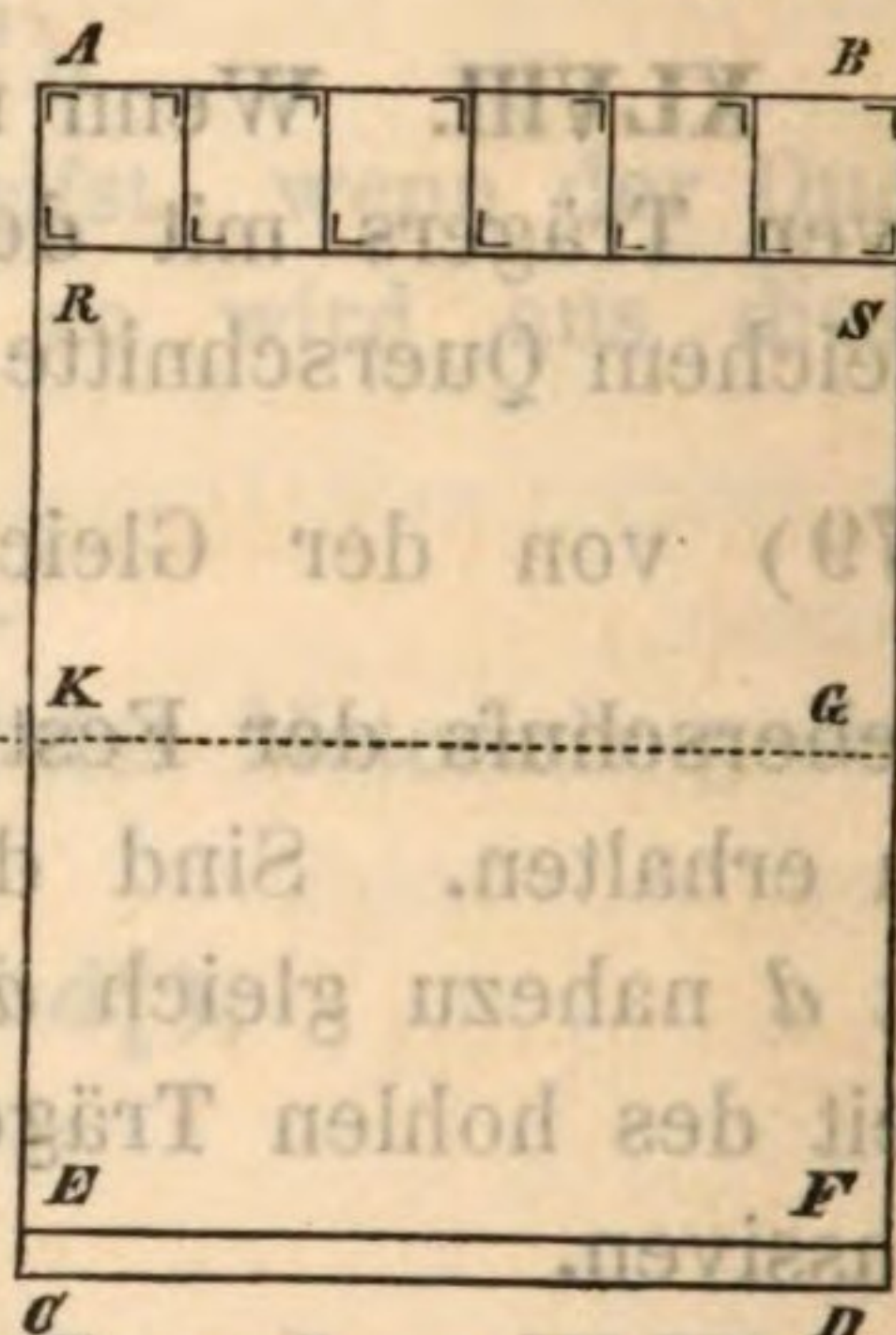
$d = AR$ die äußere Höhe,

$b_1 =$ die gesammte Breitenöffnung der Zellen,

$d_1 =$ die innere Höhe derselben,

$K =$ die Fläche des Materialquerschnitts, und

$\bar{x} =$ die Distanz von dem Schwerpunkte des Zellenquerschnittes bis zur Axe KG bedeutet.



LI. Die Maximalstärke zu bestimmen, wenn b , d , $\bar{x}$ und K Constante sind.

Hier werden J_x und folglich auch M_x Maxima werden, wenn $b_1 d_1^3$ Minima werden, oder wenn K_1 für die Fläche der Zwischenräume gesetzt wird, erhält man:

$$b_1 d_1^3 = K_1 d_1^2 = \text{einem Minimum,}$$

oder d_1 als Minimum; das heißt, wenn das Material in den Horizontalplatten AB und RS concentrirt gedacht wird.

In Praxis jedoch ist es nöthig, daß die Verticalplatten eine gewisse Dicke haben, um dem Bestreben zu schrumpfen

zu begegnen, welches ausgedehnte Platten unter einem Drucke, der in ihrer Ebene erfolgt, zeigen.

LII. Die Festigkeit eines hohlen Trägers zu finden, wenn das Material nicht gleichmäfsig auf beiden Seiten der neutralen Axe vertheilt ist.

Es sei KG parallel der neutralen Axe NO und die Höhe des Trägers, in zwei gleiche Theile theilend, gezogen.

Es seien ferner:

K_1, K_2 die Flächen der äufseren und inneren Rechtecke über KG ,
 D, D_2 die respectiven Höhen dieser Rechtecke über KG ,

k^1, k_2 } die entsprechenden Dimensionen unter KG .
 d_1, d_2 }

Dann haben wir für die Lage der neutralen Axe (siehe Artikel XII):

$$(88) \quad \bar{x} = \frac{K_1 D_1 - K_2 D_2 - (k_1 d_1 - k_2 d_2)}{2K},$$

welches die Distanz der neutralen Axe NO von der Mittellinie KG ausdrückt.

Aus Artikel XVII haben wir für das Trägheitsmoment J_x , auf die Axe KG bezogen:

$$(89) \quad J_x = \frac{1}{3} \{ K_1 D_1^2 - K_2 D_2^2 + k_1 d_1^2 + k_2 d_2^2 \}.$$

Für das Trägheitsmoment auf die neutrale Axe bezogen aber, nach Gleichung (40), Artikel XXIII:

$$(90) \quad J_0 = J_x - \bar{x}^2 K,$$

und endlich:

$$(91) \quad M = s J_0 = \frac{S J_0}{D_1 + \bar{x}},$$

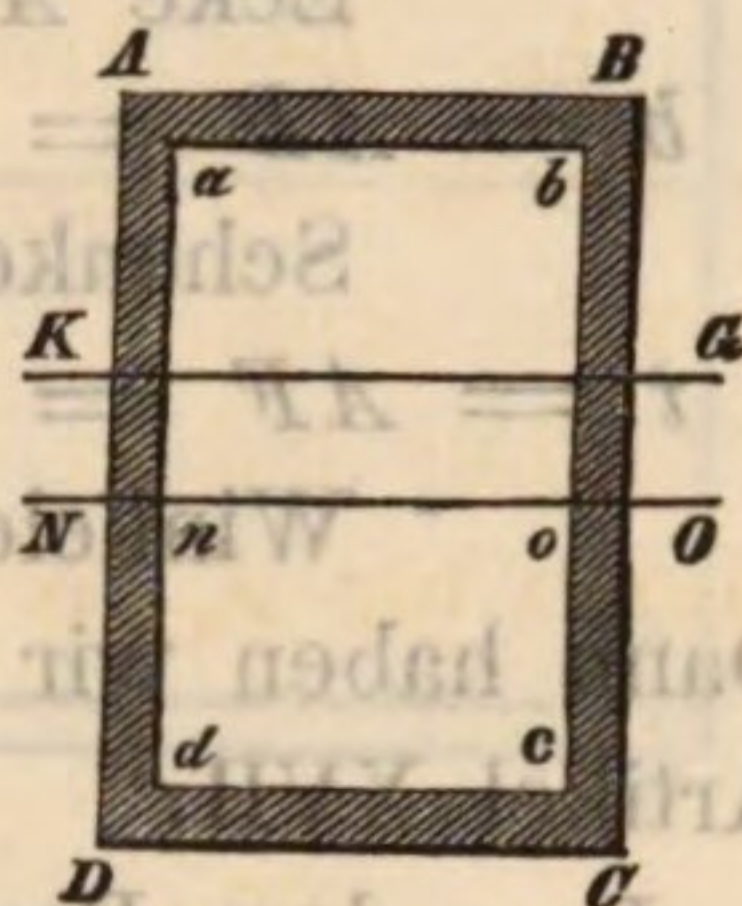
wo die Werthe für $\bar{x}$ und J_0 in den Gleichungen (88), (89) und (90) gegeben sind.

In diesen Ausdrücken ist

$$D_1 = d_1 = \frac{d}{2},$$

oder ein Halb der Gesammthöhe des Trägers.

Fig. 7.



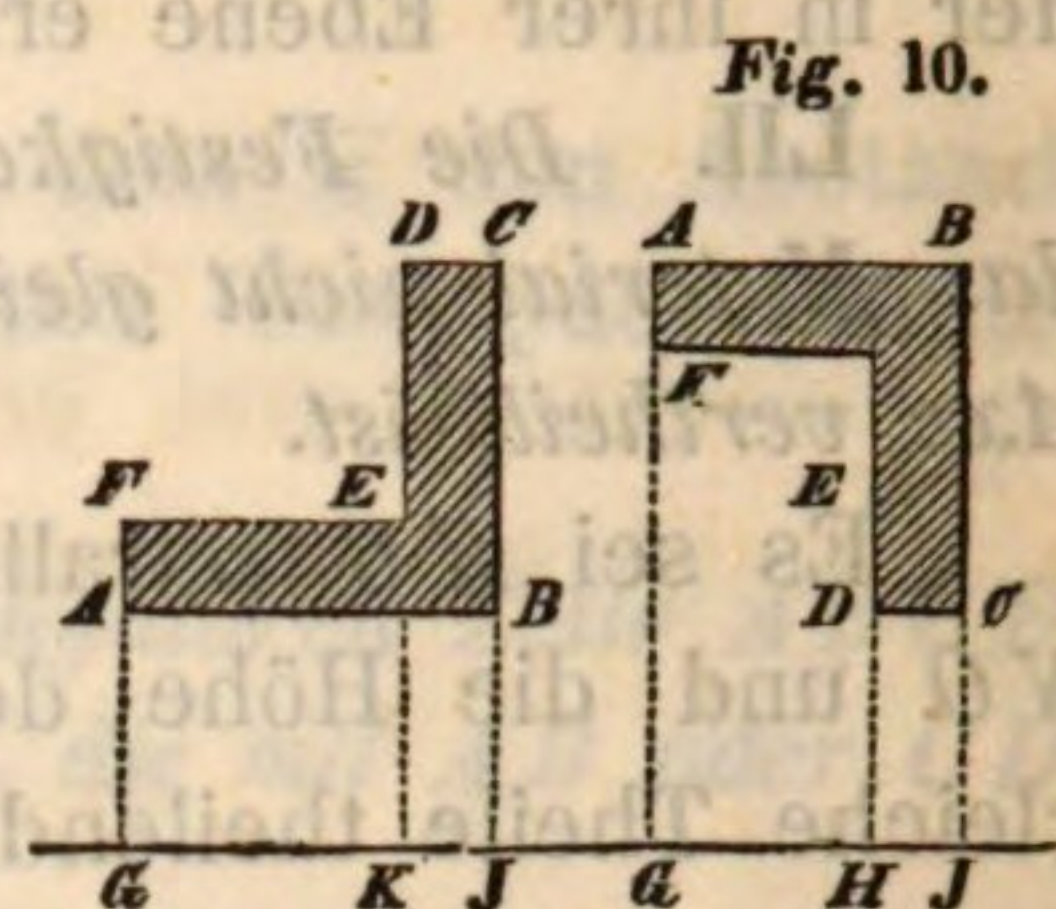
LIII. Das Festigkeitsmoment von Winkeleisen zu finden.

Seien $ABCD$ Querschnitte von Winkeleisen und GJ die Axe der Momente. Ferner sei

$a = BJ = AG$ die Distanz der Ecke AB von GJ ,

$b = AB = BC$ die Länge des Schenkels des Winkeleisens,

$t = AF = DC$ die Dicke des Winkeleisens.



Dann haben wir in der rechts nebenstehenden Figur, — nach Artikel XVII:

$J =$ dem Festigkeitsmomente des Rechtecks $ABJG$, minus dem Festigkeitsmomente des Rechtecks $FEHG$, minus dem Trägheitsmomente des Rechtecks $DCJH$.

$$(92) \quad J = \frac{1}{3} \{ b a^3 - (b - t) (a - t)^3 - t (a - b)^3 \},$$

und gleicherweise in der links nebenstehenden Figur:

$$(93) \quad J = \frac{1}{3} \{ (b - t) (a + t)^3 + t (a + b)^3 - b a^3 \}.$$

Wird in Gleichung (92) $a = b$, oder $CJ = 0$, so ergibt sich:

$$(94) \quad J = \frac{1}{3} \{ b^4 - (b - t)^4 \}.$$

Wird aber in Gleichung (93) $a = 0$, oder $AG = BJ = 0$, dann ist:

$$(95) \quad J = \frac{1}{3} \{ (b - t) t^3 + t b^3 \}.$$

Die Festigkeit eines röhrenförmigen Trägers zu bestimmen, der an seinem Obertheile aus quadratischen Zellen AS und an seinem Untertheile aus dicken Platten CD besteht.

LIV. Die neutrale Axe zu finden, wenn die Elasticität als vollkommen angenommen wird.

Es sei:

$a =$ die Fläche des Materialquerschnitts im Obertheile AS ,

$\beta =$ die Querschnittsflächen der Bodenplatten,

$\gamma =$ die Querschnittsflächen der Seitenplatten RE und SF ,

α_1 = die Distanz des Schwerpunkts der Oberzellen von der Unterkante CD ,

β_1 = die halbe Dicke der Platten in CD ,

γ_1 = die Distanz des Schwerpunkts der Seitenplatten von CD ,

K = die ganze Querschnittsfläche von $ABDC$,

$\bar{x} = KC = GD$ die Distanz der neutralen Axe von CD .

Indem wir dann CD als Axe der Momente annehmen, erhalten wir nach Artikel XII:

$$(96) \quad \bar{x} = \frac{\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1}{K}.$$

LV. In der Modellröhre war

$\alpha = 24$, $\beta = 22$, $\gamma = 7$, $\alpha_1 = 50.7$, $\beta_1 = 0.3$, $\gamma_1 = 24$
und $K = 53$.

$$\bar{x} = \frac{24 \times 50.7 + 22 \times 0.3 + 7 \times 24}{53},$$

= 26.2 Tons.

Da nun die gesammte Höhe des Trägers 54 ist, so erhalten wir die Distanz der neutralen Axe von der Oberkante zu $AK = 54 - 26.2 = 27.8$, woraus sich ergibt, daß die neutrale Axe beinahe durch die Mitte des Trägers geht.

LVI. Die Bruchmomente zu finden.

$h = AK = BG$ die Distanz der Oberkante von der neutralen Axe KG ,

$h_1 = CK = DG$ die Distanz der Unterkante von KG ,

p = die Gesamtbreite der Zwischenräume in den Oberzellen,

$e = AR = BS$ die Höhe der Oberzellen,

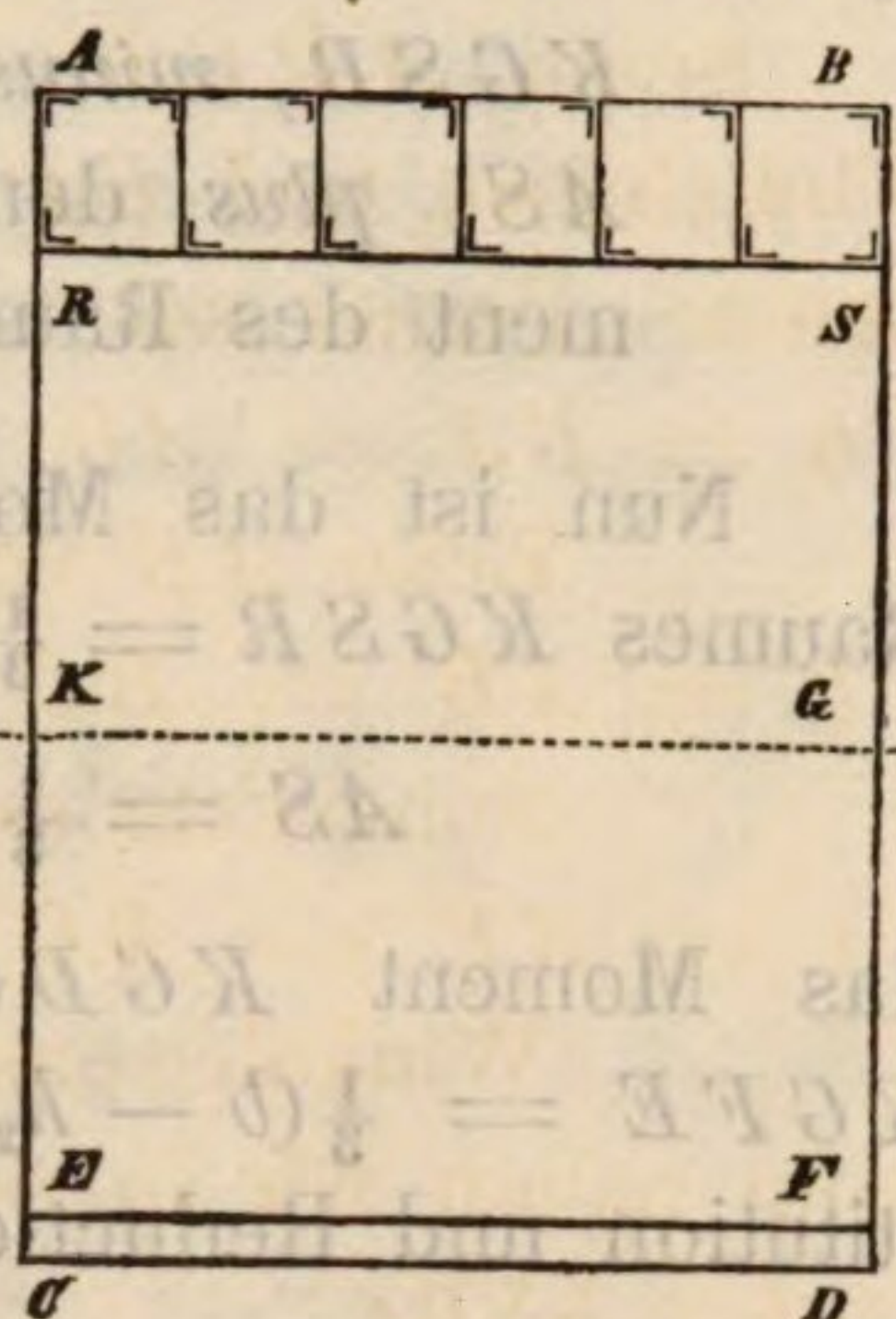
k = die Dicke der Platten an den Oberzellen,

$b = AB = CD$ die Breite der Röhre,

k_1 = die Dicke der Bodenplatten,

k_2 = die Summe der Dicke der beiden Seitenplatten RE und SF ,

Fig. 9.



J_0 = das Moment von $ABGK$, *minus* dem Moment von $KGSR$, *minus* dem Moment des Raumes in den Zellen AS , *plus* dem Moment von $KGDC$, *minus* dem Moment des Raumes $KGFE$.

Nun ist das Moment $ABGK = \frac{1}{3}bh^3$, das Moment des Raumes $KGSR = \frac{1}{3}(b - k_2)(h - e)^3$, das Moment der Zellen

$$AS = \frac{1}{3}p \{ (h - k)^3 - (h - e + k)^3 \},$$

das Moment $KGDC = \frac{1}{3}bh_1^3$, das Moment des Raumes $KGFE = \frac{1}{3}(b - k_2)(h_1 - k_1)^3$, woraus wir durch Substitution und Reduction erhalten:

$$(97) \quad J_0 = \frac{1}{3} [b(h^3 + h_1^3) - (b - k_2) \{ (h - e)^3 - (h_1 - k_1)^3 \} - p \{ (h - k)^3 - (h - e + k)^3 \}],$$

welcher Ausdruck das Festigkeitsmoment des ganzen Querschnitts giebt.

Den hieraus gefundenen Werth für J_0 in Gleichung (24), Artikel XVIII, einsetzend, erhält man den Ausdruck für das dem Querschnitte zugehörige Bruchgewicht.

LVII. Soll das Winkeleisen mit in Rechnung gezogen werden, so kann die folgende Methode der Untersuchung angewendet werden.

Zuerst wird das Festigkeitsmoment der Oberzellen AS berechnet und zwar auf eine Axe bezogen, die durch das Mittel der Zellen parallel mit AB oder RS geht.

Es sei:

- e, e' = die äußere und innere Höhe der Oberzellen,
- b, b' = die äußere und innere Breite derselben (Artikel L),
- α' = der Abstand des Mittels der Oberzellen von KG ,
- α = die Materialquerschnittsfläche der Oberzellen,
- r = die Länge der Schenkel des Winkeleisens,
- t = die Dicke desselben,
- n = die Zahl der Winkeleisen im Obertheile,
- q = das Festigkeitsmoment des Obertheils, bezogen auf seine neutrale Axe,
- Q = dasselbe auf die Axe KG bezogen.

Wird diese Bezeichnung für die entsprechenden Dimensionen unter der neutralen Axe accentuirt und bleibt sie im Uebrigen dieselbe, wie bei früheren Untersuchungen, so haben wir, nach Gleichung (92), Artikel LIII, das Moment des Winkeleisens in den Oberzellen, bezogen auf eine Axe, die durch deren Mittel geht,

$$= \frac{n}{3} \left\{ r \frac{e'^3}{8} - (r-t) \left(\frac{e'}{2} - t \right)^3 - t \left(\frac{e'}{2} - r \right)^3 \right\}.$$

$$(98) \quad = \frac{n}{24} \left\{ r e'^3 - (r-t)(e' - 2t)^3 - t(e' - 2r)^3 \right\}.$$

Aus Gleichung (80), Artikel XLVII, ergibt sich das Festigkeitsmoment der Platten in den Oberzellen zu:

$$(99) \quad \frac{1}{12} \{ b e^3 - b' e'^3 \},$$

und wenn man die Gleichungen (98) und (99) addirt:

$$(100) \quad q = \frac{n}{24} \left\{ r e'^3 - (r-t)(e' - 2t)^3 - t(e' - 2r)^3 \right\} \\ + \frac{1}{12} (b e^3 - b' e'^3).$$

Um dies auf die Axe KG zu beziehen, haben wir nach Gleichung (39), Artikel XXIII:

$$(101) \quad Q = q + \alpha'^2 \alpha,$$

und das Moment der Seitenplatten

$$= \frac{1}{3} k_2 (h - e)^3,$$

$$(102) \quad J = Q + \frac{1}{3} k_2 (h - e)^3.$$

Angenommen, der Bodentheil des Trägers sei ebenfalls, wie bei der Conway-Röhre, aus Zellen construirt, so haben wir hier gleichfalls:

$$(103) \quad Q_1 = q_1 + \alpha_1'^2 \alpha_1,$$

$$(104) \quad J_1 = Q_1 + \frac{1}{3} k_2 (h_1 - e_1)^3,$$

und aus all diesem, für das Bruchmoment des ganzen Querschnitts:

$$(105) \quad M = \frac{S}{h} (J + J_1).$$

Woraus, wenn S gegeben ist, M sowohl wie W bestimmt werden kann; oder wenn $M = \frac{Wl}{4}$ durch das Experiment bestimmt ist, so kann S mittels der Gleichung (105) und der Werth von h durch Gleichung (96) gefunden werden, wo β die Materialquerschnittsfläche der Unterzellen und β_1 die Distanz ihres Schwerpunkts von der Linie KG bezeichnen muß.

LVIII. Es ist wünschenswerth, daß auch der Einfluß der Nietlöcher in den Winkeleisen mit in Rechnung gezogen werde, und es sei zu diesem Behufe angenommen, daß sich zwei dergleichen in jedem Schenkel des Winkeleisens befinden, und daß:

- c = den Durchmesser der Nietlöcher,
 v, v' = die Distanzen der Nietlöcher in den Verticalplatten, in der größten Entfernung von der Axe der Oberzellen,
 q' = das Moment aller Nietlöcher in den Oberzellen, bezogen auf die Axe der letzteren, bedeute.

Das Moment der Nietlöcher in den Horizontalplatten ist

$$\begin{aligned} &= \frac{2n}{3} \left\{ c \cdot \frac{e^3}{8} - c \left(\frac{e}{2} - k - t \right)^3 \right\} = \\ &= \frac{nc}{12} \left\{ e^3 - (e - 2k - 2t)^3 \right\}. \end{aligned}$$

Das Moment der Nietlöcher in den Verticalplatten ist

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{3} \left\{ (k+t)v^3 - (k+t)(v-c)^3 + (k+t)v'^3 - (k+t)(v'-c)^3 \right\}, \\ &= \frac{n(k+t)}{3} \left\{ v^3 - (v-c)^3 + v'^3 - (v'-c)^3 \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (106) \quad q' &= \frac{nc}{12} \left\{ e^3 - (e - 2k - 2t)^3 \right\} \\ &+ \frac{n(k+t)}{3} \left\{ v^3 - (v-c)^3 + v'^3 - (v'-c)^3 \right\}. \end{aligned}$$

Befindet sich aber bloß eine Niete in jedem Schenkel des Winkeleisens, so wird:

$$q' = \frac{nc}{24} \left\{ e^3 - (e - 2k - 2t)^3 \right\} + \frac{n(k+t)}{3} \cdot \left\{ v^3 - (v-c)^3 \right\}.$$

Daher müssen wir in diesem Falle für die Bestimmung von Q , statt der Gleichung (101), den folgenden Ausdruck anwenden.

$$(107) \quad Q = q - q' + \alpha'^2 \alpha,$$

und dasselbe muß für die Bestimmung von Q_1 geschehen.

Annähernde Formeln.

LIX. Bei röhrenförmigen Trägern, wie sie jetzt gewöhnlich construirt werden, variirt die Festigkeit ganz nahezu wie die Materialquerschnittsfläche des Ober- oder Untertheils (mit Vernachlässigung der Wände der Röhre), multiplicirt mit der Höhe und dividirt durch die Distanz der Stützpunkte.

Wenn daher

a, a_1 die Ober- und Unterquerschnittsflächen,

d die Höhe des Trägers,

W das Bruchgewicht,

l die Distanz der Stützpunkte,

C, C_1 Constanten bezeichnet, die von Experimenten mit ähnlich construirten Trägern abgeleitet sind, so erhält man:

$$W = \frac{a d C}{l} \quad \text{oder} \quad \frac{a_1 d C_1}{l}.$$

Es sei:

$e = AR = BS$ die Höhe der Oberzellen,

g die Distanz des Mittels derselben von der neutralen Axe KG ,

b die Breite des Materials in den Oberzellen, angenommen, es sei in verticalen Platten concentrirt,

h die Distanz der Oberkante des Trägers von der neutralen Axe und so fort.

Ohne den Eigenthümlichkeiten der Construction Eintrag zu thun, können wir annehmen, daß das Material in den Ober- und Unterzellen in verticale Platten zusammengezogen sei; dann erhalten wir, bei Vernachlässigung der Seitenplatten KR und GS , nach Artikel XVII, Gleichung (14):

$$\begin{aligned} m &= \frac{sb}{3} \left\{ \left(g + \frac{e}{2} \right)^3 - \left(g - \frac{e}{2} \right)^3 \right\}, \\ &= \frac{sb}{3} \left\{ 3g^2e + \frac{e^3}{4} \right\}, \\ &= sbeg^2 \left\{ 1 + \frac{e^2}{12g^2} \right\}. \end{aligned}$$

Wird auch $\frac{e^2}{12g^2}$, als sehr kleine Gröfse, vernachlässigt und in Betracht gezogen, daß $be = a$ ist, so vereinfacht sich die Gleichung in:

$m = sag^2$,
und in gleicher Weise

$$\begin{aligned} m_1 &= s_1 a_1 g_1^2, \\ M &= m + m_1, \\ M &= sag^2 + s_1 a_1 g_1^2. \end{aligned}$$

Nach Gleichung (8), Artikel IX, ist aber

$$\begin{aligned} sag &= s_1 a_1 g_1, \\ M &= sag(g + g_1) \text{ oder} \\ &= s_1 a_1 g_1 (g + g_1) = sagG \text{ oder} \\ &= s_1 a_1 g_1 G = \frac{S}{h} agG \text{ oder} \\ (108) \quad M &= \frac{S_1}{h_1} a_1 g_1 G = Sad \times \frac{gG}{hd} \text{ oder} \\ &= S_1 a_1 d \times \frac{g_1 G}{h_1 d}. \end{aligned}$$

Nimmt man $\frac{gG}{hd}$ und $\frac{g_1 G}{h_1 d}$ als Constanten an, da in Praxi jeder dieser Ausdrücke fast immer $= 1$ ist, so ergibt sich:

$$(109) \quad M = Sad \text{ oder } S_1 a_1 d,$$

woraus hervorgeht, daß sich die Festigkeit verhalte, wie die Ober- oder Unterquerschnittsfläche, multiplicirt mit der Höhe. Ist der Träger an beiden Enden gestützt und in der Mitte belastet, so ist:

$$\frac{Wl}{4} = M = Sad \text{ oder } S_1 a_1 d,$$

$$W = \frac{4Sad}{l} \text{ oder } \frac{4S_1 a_1 d}{l},$$

$$(110) \quad W = \frac{adC}{l} \text{ oder } \frac{a_1 d C_1}{l},$$

wobei die Werthe von C und C_1 in folgender Weise bestimmt werden.

LX. In dem Modell zur Conway-Röhre war $l = 900$, $a_1 = 22.5$, $d = 54$ und $W = 89.15$ Tons; daher, nach Gleichung (110):

$$C_1 = \frac{lW}{a_1 d} = \frac{900 \times 89.15}{22.5 \times 54} = 66 \text{ Tons},$$

oder genauer, wenn man einen Abzug von 3.5 □ Zoll in der Bodenquerschnittsfläche für die Nietlöcher annimmt:

$$C_1 = \frac{900 \times 89.15}{19 \times 54} = 78 \text{ Tons}.$$

Wenn wir diese erste Constante in Gleichung (110) substituiren, so ist:

$$(111) \quad W = \frac{66 a_1 d}{l},$$

welches das Bruchgewicht eines Röhrenträgers, der in der Mitte belastet und an den Enden unterstützt ist, giebt, wenn a_1 die Unterquerschnittsfläche in □ Zollen, d die Gesamthöhe des Trägers und l die Distanz der Stützpunkte, die beiden letzteren Größen in derselben Mafseinheit ausgedrückt, bedeutet.

LXI. *Festigkeit der Conway-Röhre nach dieser Formel berechnet (111).*

$$a_1 = 517,$$

$$d = 302,$$

$$l = 4800,$$

$$W = \frac{66 \times 517 \times 302}{4800} = 2146 \text{ Tons.}$$

LXII. *Sind bei zwei Trägern die Höhen und Längen gleich, so verhalten sich ihre Festigkeiten wie die Querschnitte der Ober- und Untertheile.*

Diese Eigenschaft folgt ohne Weiteres aus Gleichung (110).

Die Wahrheit des Satzes ist praktisch durch Fairbairn an seinen Modell-Röhren (siehe Anhang I) nachgewiesen. Aus den Versuchen 1, 3, 4 und 10 der in seinem Werke über Röhrenbrücken aufgeführten Versuche erhalten wir die folgende kleine Tafel an Resultaten.

Nummer des Experiments.	Querschnitt des Untertheils.	Bruch- gewicht.	Verhältniß der Fläche zum Bruchgewicht.
1	6.8	79.578	1 : 91
3	12.8	126.128	1 : 98
4	17.8	148.129	1 : 84
10	22.45	192.892	1 : 86

Hier erscheint das Gesetz am deutlichsten in den Resultaten der beiden letzten Versuche. Bei den beiden ersten übersteigt das praktisch gefundene Bruchgewicht um ein Geringses dasjenige, was sich nach dem Gesetze findet. Diefs leitet sich aus dem Ueberschusse an Festigkeit her, welche dem Obertheile des Trägers gegeben wurde, wie es aus der Formel

$$W = \frac{adc}{l}$$

ersichtlich ist. Jeder Unbefangene wird aber finden, dafs die Formeln, so weit möglich, mit den Resultaten der Praxis sehr

gut übereinstimmen und sich, als aus diesen streng abgeleitet, kund geben.

Grenzen der Fehler, die sich bei Anwendung der Formel (110) ergeben.

LXIII. Erstens in Bezug auf die Gröfse $\frac{e^2}{12g^2}$; bei dem Modellträger war $e = 6.5$, nach Artikel LV, $AK = 27.8$.

$$g > 27 - 3.2 > 23.8,$$

$$\frac{e^2}{12g^2} < \frac{6.5^2}{12 \times 23.8^2} < \frac{1}{160}.$$

Daher ist der Theil der Formel, welcher vernachlässigt wird, kleiner als $\frac{1}{160}$ von der erhaltenen Gröfse, so dafs die Gleichung

$$M = sagG \text{ oder } s_1 a_1 g_1 G$$

beinahe mathematisch genau ist.

Zweitens in Bezug auf die Gröfse $\frac{g_1 G}{h_1 d}$; bei dem Modellträger war $e = 6.5$, $e_1 = 0.6$, $d = 54$, $h_1 = 26.2$,
 $g_1 = 26.2 - \frac{0.6}{2} = 26$, $G = g + g_1 = 51$ nahezu,

$$\frac{g_1 G}{h_1 d} = \frac{26}{26.2} \cdot \frac{51}{54} = \frac{25}{27} = 1 \text{ nahezu.}$$

Hier ist ein Fehler von höchstens $\frac{1}{13}$ durch die Anwendung der Formel (109) möglich.

LXIV. Bei den Röhrenträgern, die Fairbairn in neuerer Zeit construirt hat, wachsen die Höhen der Träger in einem gewissen Verhältnisse, so dafs dabei der Fehler noch geringer ist, als er in der vorstehenden Betrachtung erscheint.

Die Verehrer Stephenson's haben, angetrieben von einem falschangebrachten Eifer für den Ruhm dieses ausgezeichneten Mannes, öffentlich erklärt, diese wichtige Formel

sei lediglich ein Product empirischer Untersuchungen. Es würde sicherlich ihrem Zwecke mehr dienen, wenn sie ihren Aeufserungen durch Berufung auf mathematische Analysis einen Rückhalt geben könnten. Das Factum ist, dafs sich die Formel in Praxi so nahe richtig zeigt, als es jemals eine allgemeine Formel dieser Gattung gethan hat.

Es wird sich später ergeben, dafs sie sich mehr der Wahrheit nähert als Hodgkinson's berühmte Formel für gusseiserne Träger.

Annähernde Formeln.

LXV. Bei Trägern, in deren Querschnitt das Material angemessen vertheilt ist, sollten wir immer $\frac{a}{a_1} = \frac{s_1}{s}$ oder $sa = s_1a_1$ finden.

In diesem Falle haben wir nach Gleichung (8):

$$(112) \quad g = g_1.$$

Das heifst:

Die Schwerpunkte des Ober- und Untertheils der Träger liegen gleich weit von der neutralen Axe.

Daher haben wir, nach Gleichung (108):

$$(113) \quad M = \frac{S}{h} \cdot agG, \\ M = \frac{S}{\frac{G}{2} + \frac{e}{2}} \cdot a \cdot \frac{1}{2}G \cdot G, \\ M = \frac{SaG^2}{G + e} \quad \text{oder} \quad \frac{S_1a_1G^2}{G + e_1}.$$

Daher für in der Mitte belastete und an den Enden unterstützte Träger:

$$(114) \quad W = \frac{4SaG^2}{l(G + e)} \quad \text{oder} \quad \frac{4S_1a_1G^2}{l(G + e_1)},$$

wo nur die ganz kleine Gröfse $\frac{e^2}{12g^2}$ vernachlässigt ist.

$$(115) \quad S_1 = \frac{Wl(G + e_1)}{4a_1G^2}.$$

Diese Formeln sind auch anwendbar auf gusseiserne Träger mit doppelten Flangen, oder irgend einen Träger dieser Form, welches auch das Material, aus dem er besteht, oder das Verhältniß zwischen s und s_1 sein möge, wenn er nur angemessen construirt ist.

Bei dem Modell zur Conway-Röhre ist $d = 54$, $e = 6.5$, $e_1 = 0.6$, $a_1 = 22.5$, $l = 900$, $W = 89.15$ Tons,

$$G = 54 - \frac{6.5 + 0.6}{2} = 50.5,$$

$$S_1 = \frac{89.15 \times 900 \times (50.5 + 0.6)}{4 \times 22.5 \times 50.5^2} = 18 \text{ Tons nahezu,}$$

und wenn $3\frac{1}{2}$ Zoll von der Bodenquerschnittsfläche, wegen der Nietenlöcher, abgezogen werden, so finden wir:

$$S_1 = 21 \text{ Tons.}$$

LXVI. *Festigkeit der Conway-Röhre nach Formel (114) berechnet.*

Hier ist $a_1 = 517$, $e = e_1 = 22$, $d = 302$, $l = 4800$, und nach Gleichung (115), $S_1 = 18$, $G = 302 - 22 = 280$,

$$W = \frac{4S_1a_1G^2}{l(G + e_1)} = \frac{4 \times 18 \times 517 \times 280^2}{4800 \times 302} = 2013 \text{ Tons,}$$

welches sehr nahe mit dem Resultate übereinstimmt, das wir aus Formel (111), Artikel LXI, gefunden haben. In den vorhergehenden Rechnungen ist angenommen worden, daß röhrenförmige Träger denselben Gesetzen folgen, welche für die relative Festigkeit massiver Balken bestehen.

Die Modellröhren des Herrn Fairbairn geben die richtige Form und die Stabilitätselemente für die Conway-Röhrenbrücke an, und das Resultat seiner Untersuchungen über diese Trägerform wird in künftigen Zeiten, wenn nicht schon von unseren Zeitgenossen, als eine der wichtigsten wissenschaftlichen Facta betrachtet werden, die bisher in Bezug auf die Festigkeit der Materialien gefunden worden sind.

Bei der Modellröhre scheint dem Bestreben zu schrumpfen (welches der Obertheil von Röhren zeigt) durch die Dicke der

Platten, der Combination der Zellen und das starke Winkel-eisen, welches bei der Construction verwendet worden ist, begegnet zu sein. Dieß wird durch die Thatsache augenscheinlich gemacht, daß die Querschnittsfläche des Obertheils der Röhre nahezu der des Untertheils derselben gleich und ein gleicher Widerstand beider erzielt ist. Daher kann die Modellröhre als ein gewöhnlicher Träger betrachtet werden, der den allgemeinen Gesetzen von Zusammendrückung und Ausdehnung gehorcht, wenn seine transversale Festigkeit in Anspruch genommen wird. Die Annahme, daß die Conway-Röhre in ihrem Obertheile nur denselben Widerstand bieten werde, wie die dünnen rectangulären Zellen, mit denen Professor Hodgkinson experimentirte, ist daher irrig in den Principien. Noch einleuchtender wird dieß durch die Berechnungen der Modellröhren, die wir in Artikel LXV gegeben haben, und durch welche sich der Widerstand *pro* □ Zoll zu 18 Tons, statt der 8 Tons ergibt, die Professor Hodgkinson findet. Es zeigt sich übrigens allenthalben, daß, wenn ein Träger dieser Art durch einen transversalen Druck zerbrochen wird, das Material in den Oberzellen einer complicirteren Pressung unterworfen worden ist, als der durch einfache Zusammendrückung erzeugten, wo dem Materiale nicht erlaubt ist, sich unter dem Drucke zu biegen. Ohne Gefahr zu laufen, einen großen Fehler zu begehen, kann das Material der Röhrenträger bei den Berechnungen als vollkommen elastisch angenommen werden.

Festigkeit von Trägern mit doppelten Flangen.

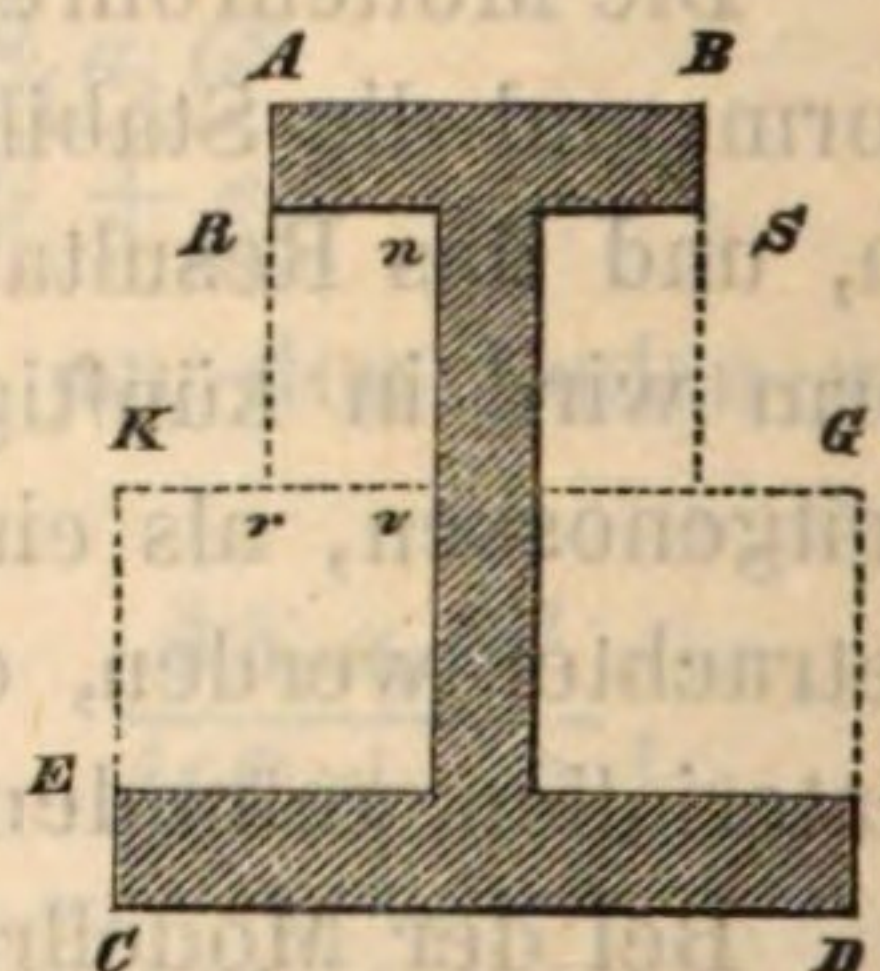
LXVII. Es sei $ABDC$ der Querschnitt eines Trägers mit doppelten Flangen, $ABSR$ die Oberflange, $EFDC$ die Unterflange, nv die Verticalrippe und KG die neutrale Axe.

Die neutrale Axe.

Es bedeute:

$A, A_1 =$ die Querschnitte über und unter der neutralen Axe,

Fig. 6.



G', G'_1 = die Distanzen der Schwerpunkte dieser Querschnitte von der neutralen Axe,
 e, e_1 = AR und CE beziehentlich,
 b, b_1 = AB und CD beziehentlich,
 a, a_1 = beziehentlich die Flächen von AS und ED ,
 h, h_1 = die Abstände von AB und CD von der neutralen Axe,
 k_2 = die Dicke der Verticalrippe,
 d = die Gesammthöhe des Trägers.

Nach Gleichung (9), Artikel IX, haben wir:

$$(116) \quad \frac{AG'}{A_1 G'_1} = \frac{s_1}{s}.$$

$$\text{Nun ist } AG' = a \left(h - \frac{e}{2} \right) + \frac{1}{2} k_2 (h - e)^2,$$

$$A_1 G'_1 = a_1 \left(d - h - \frac{e_1}{2} \right) + \frac{1}{2} k_2 (d - h - e_1)^2,$$

$$(117) \quad = \frac{a(2h - e) + k_2(h - e)^2}{a_1(2d - 2h - e_1) + k_2(d - h - e_1)^2} = \frac{s_1}{s},$$

aus welcher Gleichung der Werth von h gefunden werden kann, wenn die Gröfse $\frac{s_1}{s}$ gegeben ist.

Ist die Elasticität des Materials vollkommen, so bestimmt man aus Gleichung (96) die Lage der neutralen Axe, wo α die Fläche der Oberflange, α_1 die Fläche der Unterflange u. s. w., wie in Artikel LIV, bezeichnet.

Wird die Verticalrippe vernachlässigt, so wird aus Gleichung (116):

$$(118) \quad \frac{ag}{a_1 g_1} = \frac{s_1}{s}.$$

Bei gußeisernen Trägern ist $s = 6\frac{1}{2}$ Mal so groß als s_1 , und es werden gewöhnlich a und a_1 in gleichem Verhältnisse genommen; in diesem Falle ist:

$$(119) \quad g = g_1,$$

das heißt, die neutrale Axe fällt mit der Mitte der Höhe des Trägers zusammen. Soll die Mittelrippe nicht vernachlässigt werden, so bestimmt die Gleichung (117) die Lage der neutralen Axe genauer.

LXVIII. Professor Hodgkinson und andere Schriftsteller über diesen Gegenstand haben in ihren Berechnungen ange-

nommen, daß Gufseisen fast oder ganz unzusammendrückbar sei und daher die neutrale Axe nahe bei oder in der Oberkante der Träger liege. Nun ist aber, ganz unabhängig von den vorstehenden Untersuchungen, die Annahme der Unzusammendrückbarkeit des Gufseisens unvereinbar mit den Resultaten der Versuche.

Auszug aus dem Bericht

über die Zusammendrückung und Ausdehnung des Gufseisens, erstattet von den Commissarien der Regierung im Jahre 1849, Seite 57 bis 65.

*Die Stangen waren 10' lang und hielten 14" im Querschnitte.
Das Eisen war das beste Blaenavon-Eisen.*

Angewandtes Gewicht in Pfunden. (<i>w</i>)	Ausdehnung in Zollen. (<i>e</i>)	Verhältniß $\frac{w}{e}$.
1.048	0.0091	115.060
2.096	0.0189	111.500
4.192	0.0389	107.780
6.289	0.0613	102.600
8.380	0.0867	96.720
13.630	0.1674	81.406
Angewandtes Gewicht in Pfunden. (<i>w</i>)	Zusammendrückung in Zollen. (<i>c</i>)	Verhältniß $\frac{w}{c}$.
2.030	0.01915	106.120
4.060	0.03906	104.050
6.096	0.05848	104.250
8.130	0.07915	102.700
12.200	0.11920	102.260
24.390	0.24520	99.450
32.520	0.34400	94.550
Absolute Festig- keit: 7.406 Tons.	Respective Festig- keit: 49.1 Tons.	Verhältniß beider Festigkeiten: 1 : 6.577.

Die dritte Columnne dieser Tabelle zeigt, daß bei mäßigen Pressungen die Zusammendrückungen und Dehnungen beinahe den Kräften gleich sind, welche diese Dehnungen und Zusammendrückungen erzeugen, und daß überdies für gleiche Kräfte, Dehnungen und Zusammendrückungen nahezu gleich sind.

Zwischen den Belastungen von **1—3 Tons** drückt die Formel $\frac{n}{e} = 107.000$ das Verhältniß der Kraft zu der von ihr erzeugten Ausdehnung aus; und $\frac{n}{e} = 89.000$ zwischen **3 und 7 Tons**, oder der Grenze der Festigkeit. Gleichfalls $\frac{n}{c} = 103.000$ und $\frac{n}{c} = 97.000$ zwischen **7 Tons** und der Grenze der Festigkeit. Daher erhalten wir zwischen **1 und 3 Tons**, für gleiche Kräfte, $e : c = 103 : 107$ und zwischen **3 und 7 Tons**, für gleiche Kräfte, $e : c = 103 : 89$.

Für Kräfte unter **2½ Tons** ist das Maß der Zusammendrückung größer als das der Dehnung; und für größere Kräfte findet das umgekehrte Verhältniß statt. Für Kräfte, deren Maß sich durch den Druck von **2½ Tons pro □ Zoll** ausdrückt, ist die Dehnung und Zusammendrückung nahezu gleich. Mit diesen Resultaten vor uns ist es unmöglich, daß ferner Theorieen auf die Unzusammendrückbarkeit des Gußeisens gegründet werden können.

Bruchmoment u. s. w.

LXIX. Nach der in Artikel XVII entwickelten Methode erhalten wir aus dem Vorhergehenden:

$$(120) \quad J = \frac{1}{3} \{ b h^3 - (b - k_2) (h - e)^3 \},$$

$$(121) \quad J_1 = \frac{1}{3} \{ b_1 h_1^3 - (b_1 - k_2) (h_1 - e_1)^3 \},$$

$$(122) \quad M = sJ + s_1 J_1 \text{ oder } \frac{SJ}{h} + \frac{S_1 J_1}{h_1}.$$

Ist die Elasticität vollkommen, so wird $s = s_1$ und

$$M = s(J + J_1) \text{ oder } s_1(J + J_1),$$

$$(123) \quad M = \frac{S}{h}(J + J_1) \quad \text{oder} \quad \frac{S_1}{h_1}(J + J_1),$$

in welchen Ausdrücken h und h_1 aus Gleichung (96) bestimmt sind. Und da M auf dem Versuchswege gefunden worden ist, so kann man S aus dieser Gleichung ableiten.

LXX. Kann die Verticalrippe vernachlässigt oder $k_2 = 0$ werden, so gestalten sich die Gleichungen (120) und (121) folgendermassen um:

$$(124) \quad J = \frac{b}{3} \{ h^3 - (h - e)^3 \},$$

$$(125) \quad J_1 = \frac{b_1}{3} \{ h_1^3 - (h_1 - e_1)^3 \}.$$

Durch Einschaltung von $g + \frac{e}{2}$ für h und $g_1 + \frac{e_1}{2}$ für h_1 erhalten wir genau dieselben Ausdrücke für m und m_1 , die in Artikel LIX gegeben wurden; daher haben wir auch hier dieselben Beziehungen, wie in Gleichung (109), da dieselben Werthe in der Formel vernachlässigt worden sind. Aus diesem Grunde kann die in Gleichung (110) gegebene Formel für das Bruchgewicht auch auf Träger mit doppelten Flangen, ohne Besorgnifs vor einem gröfseren Fehler wie dort, angewendet werden.

Anwendung der Gleichung (110) auf gufseiserne Träger.

LXXI. Um zur Berechnung der Fehlergrenzen zu gelangen, wollen wir zuerst annehmen, die neutrale Axe liege, wie in Gleichung (119) vorausgesetzt ist, in der Mitte der Linie, welche die Mittelpunkte des Ober- und Untertheils des Trägers verbindet. Bei Hodgkinson's zwölf Experimenten, Seite 428 von seiner Ausgabe des Tredgold'schen Werkes, ist $e = 0.31$, $e_1 = 0.66$, $d = 5.125$,

$$G = 5.125 - \frac{0.31 + 0.66}{2} = 4.64,$$

$$g_1 = 2.32 \text{ und } h_1 = 2.32 + 0.33 = 2.65,$$

$$\frac{g_1 G}{h_1 d} = \frac{2.32 \times 4.64}{2.65 \times 5.125} = \frac{11}{13} \text{ nahezu,}$$

worin ein Fehler von ungefähr $\frac{1}{5}$ liegt. Denken wir hingegen die neutrale Axe an die untere Seite des Kopfstückes des Trägers, so erhalten wir: $d = 5.125$,

$$G = 5.125 - \frac{0.66 + 0.31}{2} = 4.64,$$

$$g_1 = 5.125 - 0.31 - \frac{0.66}{2} = 4.48,$$

$$h_1 = 5.125 - 0.31 = 4.815,$$

$$\frac{g_1 G}{h_1 d} = \frac{4.31 \times 4.64}{4.815 \times 5.125} = \frac{4}{5} \text{ nahezu,}$$

worin ein Fehler von $\frac{1}{3}$ liegt.

Diese Rechnungen zeigen, daß die Formeln aus Artikel LIX, theoretisch genommen, nicht so gut auf diese Art als auf Röhrenträger anwendbar sind. Jedoch wird $\frac{g_1 G}{h_1 d}$, wenn es auch der Einheit nicht gleich ist, immer als eine Constante für Träger betrachtet werden können, deren Ober- und Untertheil sich nicht sehr unähnlich ist. Es ist nun zu ermitteln, in wie weit die theoretischen Untersuchungen mit den Resultaten des Experimentes übereinstimmen.

Hodgkinson's Experimente mit gußeisernen Trägern mit doppelten Flangen.

LXXII. Um nachzuweisen, wie die vorstehenden Formeln mit den Resultaten der Versuche übereinstimmen, stellt die nachfolgende Tafel die Verhältnisse von Trägerhöhen zu ihren Bruchgewichten dar. Bei den Versuchen 10 und 11 sind die Bruchgewichte auf dieselbe Distanz der Auflagepunkte des Trägers reducirt, wie in den Versuchen 1 bis 5.

Nummer des Ver- suches.	Höhe.	Quer- schnitts- fläche.	Bruch- gewicht.	Bruchge- wicht auf die Maß- einheit des Quer- schnitts.	Verhält- nifs der Höhe zum Bruch- gewichte.
1	4.1	6.54	13.543	2.070	1 : 505
2	5.2	6.94	15.129	2.180	1 : 420
3	6.0	7.08	15.129	2.130	1 : 355
4	6.93	7.67	22.185	2.890	1 : 417
5	6.98	7.40	19.049	2.570	1 : 368
10	10.25	7.83	36.800	4.700	1 : 459
11	10.25	9.10	41.400	4.550	1 : 444

Hier ist leicht zu bemerken, daß, wo die Träger bei-
nahe gleiche Querschnitte haben, das Verhältniß auch bei-
nahe ein gleiches sei, wie z. B. bei den Versuchen 10 und 11
und 3 und 5. Und wo die Querschnitte der Träger sich der
Aehnlichkeit oder solchen Modificationen nähern, die in Ar-
tikel XLIV behandelt worden sind, so erhalten wir, in Ueber-
einstimmung mit dem in Artikel XXXIX gegebenen Gesetze
für ähnliche Träger, auch eine große Annäherung an die
Gleichheit des Verhältnisses in der 6. Columne, wie z. B. bei
den Experimenten 2 und 11. Wo aber die Träger ganz ent-
schieden unähnlich sind, finden wir eine eben so entschiedene
Abweichung von dem Gesetze, wie z. B. bei den Versuchen
1, 3, 5 und 10. In solchen Fällen steigt die Abweichung bis
zu $\frac{1}{5}$ des Gesamtbetrags, wie in Artikel LXXII gezeigt
worden ist.

Neue, auf gusseiserne Träger bezügliche Formeln.

LXXIII. Für ähnliche Träger ist die richtige Festigkeits-
formel in Artikel XXXIX gegeben und für unähnliche Träger

bestimmen die Formeln in Artikel LXV das Bruchgewicht mit hinreichender Genauigkeit.

$$W = \frac{4 S a G^2}{l(G + e)} \quad \text{oder} \quad \frac{4 S_1 a_1 G^2}{l(G + e_1)},$$

worin die Constanten S und S_1 aus den Gleichungen:

$$S = \frac{W l (G + e)}{4 a G^2} \quad \text{und}$$

$$S_1 = \frac{W l (G + e_1)}{4 a_1 G^2}, \quad \text{bestimmt sind.}$$

Um S_1 zu bestimmen, haben wir, aus Experiment 12 von Hodgkinson (siehe den vorstehenden Artikel) $e = 0.31$, $e_1 = 0.66$, $l = 54$, $a = 0.72$, $a_1 = 4.4$, $d = 5.125$, $G = 4.64$ und $W = 26084$ Pfund,

$$S_1 = \frac{26084 \times 54 \times 5.3}{4 \times 4.4 \times 4.64^2} = 19630 \text{ Pfund oder } 8.763 \text{ Tons.}$$

Ziehen wir den Mittelwerth aus diesen Constanten, welche Hodgkinson's Experimente geben, so finden wir $S_1 = 8.2$.

Hier sind die Werthe von S und S_1 sehr nahe den Werthen der Festigkeit des Eisens gegen Zusammendrückung und Dehnung gleich. Das Maß des Irrthums in dieser Formel

ist ausgedrückt durch den Vergleich des Werthes $\frac{e^2}{12g^2}$ mit der Einheit. Nehmen wir daher die Dimensionen des Trägers, auf die wir uns soeben bezogen haben, so finden wir:

$$\frac{e^2}{12g^2} = \frac{0.31^2}{12 \times 2.32^2} = 0.0014 = \frac{1}{710} \text{ nahezu;}$$

oder der Irrthum beträgt hier nur $\frac{1}{710}$ des Gesamtwertes.

Daher ist die Formel für das Bruchgewicht:

$$(126) \quad W = \frac{16 a_1 (2d - e - e_1)^2}{l(2d + e_1 - e)} \text{ Tons.}$$

LXXIV. Diese Formeln mögen nun durch Anwendung auf einige Beispiele geprüft werden, die mit Hodgkinson's Experimenten vergleichbar sind.

a. Beim Experiment 11 ist: $a_1 = 5.7$, $d = 10\frac{1}{4}$, $e = 0.33$, $e_1 = 0.75$, $l = 108$, daher, nach der vorstehenden Formel,

$$W = \frac{16 \times 5.7 \times 19.4^2}{108 \times 21.92} = 14.5 \text{ Tons,}$$

das Bruchgewicht dieses Trägers, der auf dem Experimentwege zu 14.38 Tons gefunden worden ist.

Aus Hodgkinson's Formel ergibt sich:

$$W = \frac{26 a_1 d}{l} = \frac{26 \times 5.7 \times 10\frac{1}{4}}{108} = 14 \text{ Tons.}$$

b. Beim Experiment 10 ist: $a_1 = 4.72$, $d = 10\frac{1}{4}$, $e = 0.27$, $e_1 = 0.77$, $l = 108$, daher, nach der vorstehenden Formel,

$$W = \frac{16 \times 4.72 \times 19.46^2}{108 \times 21} = 12.4 \text{ Tons.}$$

Nach Hodgkinson's Formel:

$$W = \frac{26 \times 10\frac{1}{4} \times 4.72}{108} = 14.2 \text{ Tons.}$$

Auf dem Wege des Experiments fand sich das wirkliche Bruchgewicht zu 12.8 Tons.

c. Es seien die Lineardimensionen eines Trägers allenthalben die doppelten der in Experiment 12 gegebenen, dann ist: $e = 2 \times 0.31$, $e_1 = 2 \times 0.66$, $l = 2 \times 54$, $a_1 = 4 \times 4.4$ und $d = 2 \times 5\frac{1}{8}$, daher, nach Artikel XXXII,

$$W = 2^2 \times 11 \text{ Tons } 13 \text{ Centner} = 46.6 \text{ Tons.}$$

Nun ist nach der vorstehenden Formel:

$$W = \frac{16 \times 17.6 \times 18.56^2}{108 \times 21.2} = 43 \text{ Tons,}$$

und nach Hodgkinson's Formel:

$$W = \frac{26 \times 17.6 \times 10.25}{108} = 43.4 \text{ Tons.}$$

Folgerungen aus Artikel LXX.

LXXV. Wenn $s = 6\frac{1}{2} \times s_1$ ist, so wird die Formel (122):

$$M = s_1 \left\{ 6\frac{1}{2} \times J + J_1 \right\},$$

$$(127) \quad M = \frac{S_1}{h_1} \left\{ 6\frac{1}{2} \times J + J_1 \right\},$$

wobei die Gröſsen für h und h_1 aus Gleichung (117) abgeleitet sind.

Wenn die Verticalrippe vernachlässigt wird, oder $k_2 = 0$ und $a_1 = 6\frac{1}{2} \times a$, $e_1 = e$, $b_1 = 6\frac{1}{2} \times b$ ist, so wird nach Gleichung (119), $g = g_1$, $h_1 = h = \frac{1}{2}d$, und nach den Gleichungen (124) und (125), $6\frac{1}{2}J = J_1$. Es ist daher:

$$(128) \quad M = \frac{2S_1J_1}{h_1} \quad \text{oder} \quad \frac{4S_1J_1}{d},$$

wo in diesem Falle:

$$J_1 = \frac{b_1}{3} \left\{ h^3 - (h - e)^3 \right\}.$$

LXXVI. Wird das Material als unzusammendrückbar betrachtet und angenommen, daß die neutrale Axe an der Oberkante von AB liege, so finden wir in gleicher Weise:

$$(129) \quad M = \frac{S_1}{3d} \left\{ b_1 d^3 - (b_1 - k_2)(d - e_1)^3 + (b - k_2)e^3 \right\}.$$

Wird in diesem Ausdrucke $b = k_2$ gesetzt, so erhalten wir:

$$(130) \quad M = \frac{S_1}{3d} \left\{ b_1 d^3 - (b_1 - k_2)(d - e_1)^3 \right\}.$$

Ueber die festeste Form gußeiserner Balken.

LXXVII. Es leuchtet aus Gleichung (126) ein, daß W mit d wachsen müsse, wenn sich alle übrigen Gröſsen gleichbleiben. Daher muß im Auge behalten werden, daß von Hodgkinson's Experimentalträgern die beste Form für den Querschnitt von Trägern nur dann abgeleitet werden kann, wenn deren Höhe gegeben ist.

Die Formeln (69) und (70) setzen uns in den Stand, die Festigkeit von, in Länge und Querschnitt, verschiedenen Trägern, zu vergleichen. Es sei z. B. die Festigkeit von Cubitt's (Artikel XXXVI) und Hodgkinson's Trägerform (Artikel LXXII) zu vergleichen. Hierbei müssen wir mittels Formel (70) das Bruchgewicht des ersten Trägers auf die Länge und den Querschnitt des letzteren reduciren.

$$W_1 = \left(\frac{6.4}{18} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{16 \times 180}{54} = 11.32 \text{ Tons.}$$

Dies ist das Bruchgewicht eines Trägers von der von Cubitt angegebenen Form, aber mit dem Querschnitte und der Länge von Hodgkinson's besten Trägern. Nun ist das Bruchgewicht dieses Trägers 11 Tons 13 Centner, woher es erscheint, als seien beide Träger von nahezu gleicher Stärke. Wenn Cubitt's Träger mehr Material im Obertheil enthalten hätte, so daß das Verhältniß der Querschnitte von Ober- und Untertheil wie $1 : 6\frac{1}{2}$ geworden wäre, so würde ohne Zweifel dieser Träger fester als der andere gewesen sein.

Festigkeit von Trägern von cylindrischem und anders geformtem Querschnitte.

Cylindrische Träger.

LXXVIII. Es sei $NRBD$ der Querschnitt eines cylindrischen Trägers, NB der Durchmesser und O der Mittelpunkt des Zirkels. Ferner sei r der Radius, $x = Om$, $y = Sm$, so erhält man aus der Kreisgleichung:

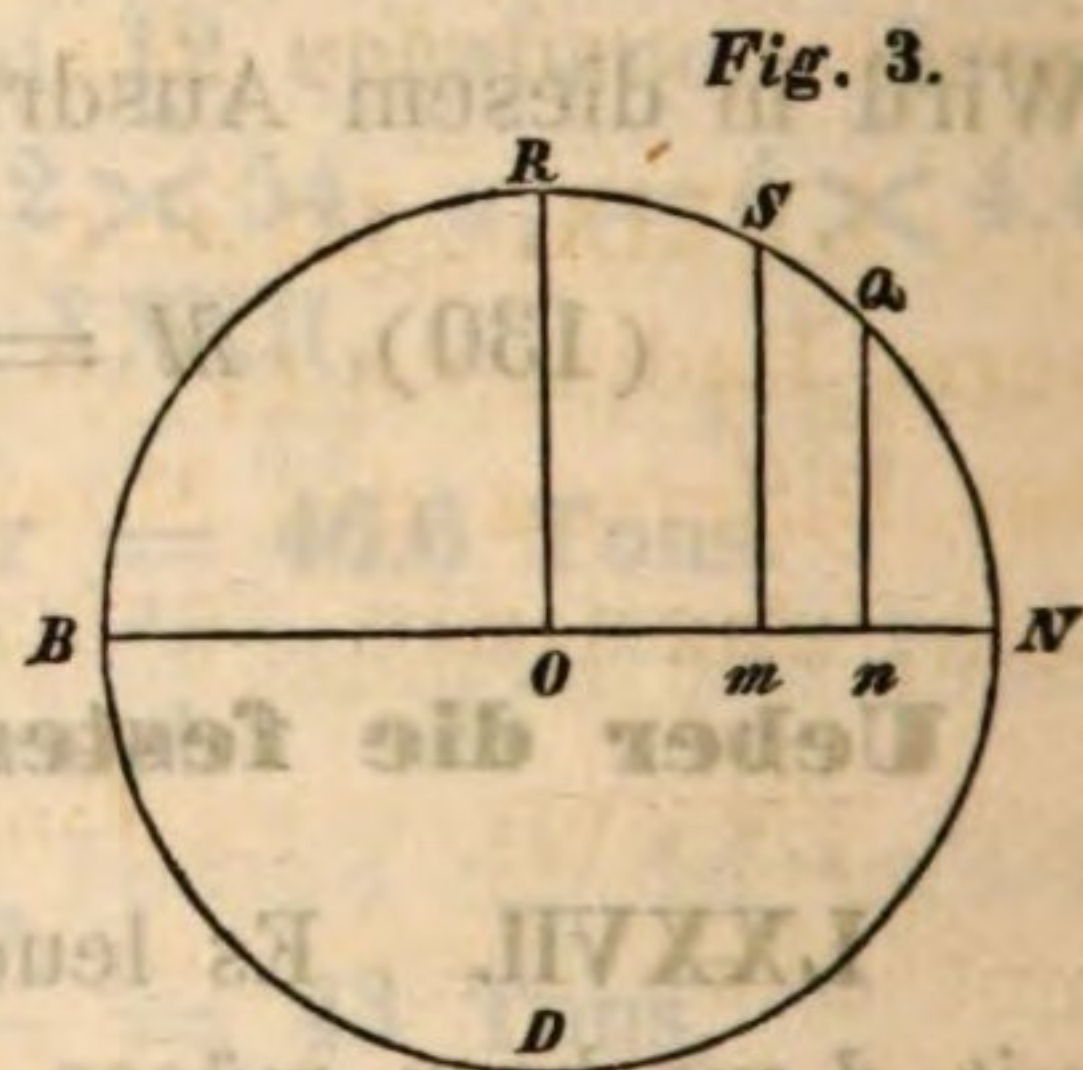
$$y = \sqrt{(r^2 - x^2)},$$

$$y^3 = (r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}},$$

und daher, durch Substitution in die Gleichung (34), Artikel XXI:

$$J = \frac{1}{3} \int_0^r (r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx,$$

$$J = \frac{1}{16} \pi r^4,$$



welches das Festigkeitsmoment des Quadranten NOR ist. Daher wird das Moment des ganzen Kreises von diesem Diameter sein:

$$(131) \quad J = \frac{1}{4} \pi r^4.$$

Die Querschnittsfläche ist aber:

$$\pi r^2 = K, \text{ daher:}$$

$$J = \frac{1}{4} K r^2,$$

$$M = \frac{1}{4} \times \frac{S}{r} \times K r^2,$$

$$(132) \quad M = \frac{1}{4} S K r,$$

welches der Ausdruck für das Bruchmoment ist. Ist der Träger an jedem Ende aufgelegt, so wird:

$$W = \frac{4M}{l},$$

$$(133) \quad W = \frac{S K r}{l} \text{ oder } \frac{S}{2} \cdot \frac{K d}{l},$$

das heißt: *Das Bruchgewicht eines soliden, cylindrischen Trägers ist gleich dem Producte aus der Querschnittsfläche, der Höhe und einer Constante $\left(\frac{S}{2}\right)$, dividirt durch die Entfernung zwischen den Auflagen.*

LXXIX. Ist der Träger ein hohler Cylinder, dessen innerer Radius $= r_1$ ist, so wird sein Festigkeitsmoment gleich der Differenz der Momente des inneren und äußeren Zirkels sein, das ist:

$$J = \frac{1}{4} \pi r^4 - \frac{1}{4} \pi r_1^4,$$

$$(134) \quad J = \frac{\pi}{4} (r^4 - r_1^4).$$

Setzen wir K für die Querschnittsfläche, so haben wir:

$$J = \frac{\pi}{4} (r^2 - r_1^2) (r^2 + r_1^2),$$

$$(135) \quad J = \frac{K}{4}(r^2 - r_1^2) \quad \text{oder} \quad \frac{K}{16}(d^2 + d_1^2),$$

und hieraus erhalten wir:

$$(136) \quad M = sJ = \frac{sK}{16}(d^2 + d_1^2),$$

$$(136^b) \quad M = \frac{SK}{8d}(d^2 + d_1^2).$$

LXXX. Sind die Platten, aus denen der Cylinder besteht, dünn im Verhältniß zum Durchmesser, ist daher $\frac{d_1}{d}$ nahezu 1, so wird:

$$(137) \quad M = \frac{SKd}{8} \left(1 + \frac{d_1^2}{d^2}\right),$$

$$M = \frac{SKd}{4} \text{ beinahe.}$$

Ist der Träger in der Mitte belastet und an den Enden unterstützt, so erhalten wir:

$$(138) \quad \frac{Wl}{4} = M, \quad W = \frac{SKd}{l}.$$

Der Mittelwerth für die Constante S , bestimmt aus den 6 ersten Versuchen Fairbairn's mit cylindrischen Trägern, ist 14.5 Tons. Daher haben wir folgende Regel für das Auffinden der Festigkeit cylindrischer, hohler Träger:

LXXXI. Bei hohlen, cylindrischen Trägern, gebildet aus dünnen Platten, ist das Bruchgewicht in Tons gleich: dem Product aus dem Querschnitte, der Höhe und der Constanten ($14\frac{1}{2}$) dividirt durch die Entfernung zwischen den Auflagen. Die Dimensionen sind alle in Zollen.

Das Resultat ist dem analog, welches in Artikel LIX für rectanguläre Balken gefunden wurde.

Vergleichung cylindrischer und quadratischer Träger.

LXXXII. Die verhältnismässige Festigkeit eines cylindrischen und eines quadratischen Trägers zu bestimmen, wenn die Blechstärke bei beiden dieselbe und der Durchmesser des einen der Seite des andern gleich ist.

Aus Gleichung (82) haben wir für den quadratischen Träger:

$$M = \frac{sK}{12}(d^2 + d_1^2),$$

und aus Gleichung (136) für den cylindrischen Träger:

$$M_1 = \frac{sK_1}{16}(d^2 + d_1^2),$$

$$\frac{M}{M_1} = \frac{4K}{3K_1};$$

es ist aber $K = d^2 - d_1^2$ und $K_1 = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)$,

$$\frac{K}{K_1} = \frac{4}{\pi},$$

$$\frac{M}{M_1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{\pi} = \frac{16}{3\pi}.$$

Daher verhalten sich die Festigkeiten der beiden Träger, wie folgt:

Für gleiche Plattendicke:

$$\frac{\text{Festigkeit des } \square \text{ Trägers}}{\text{Festigkeit des } \bigcirc \text{ Trägers}} = \frac{16}{3\pi}.$$

Für gleiche Querschnitte:

$$\frac{\text{Festigkeit des } \square \text{ Trägers}}{\text{Festigkeit des } \bigcirc \text{ Trägers}} = \frac{16}{3\pi} : \frac{4}{\pi} = \frac{4}{3}.$$

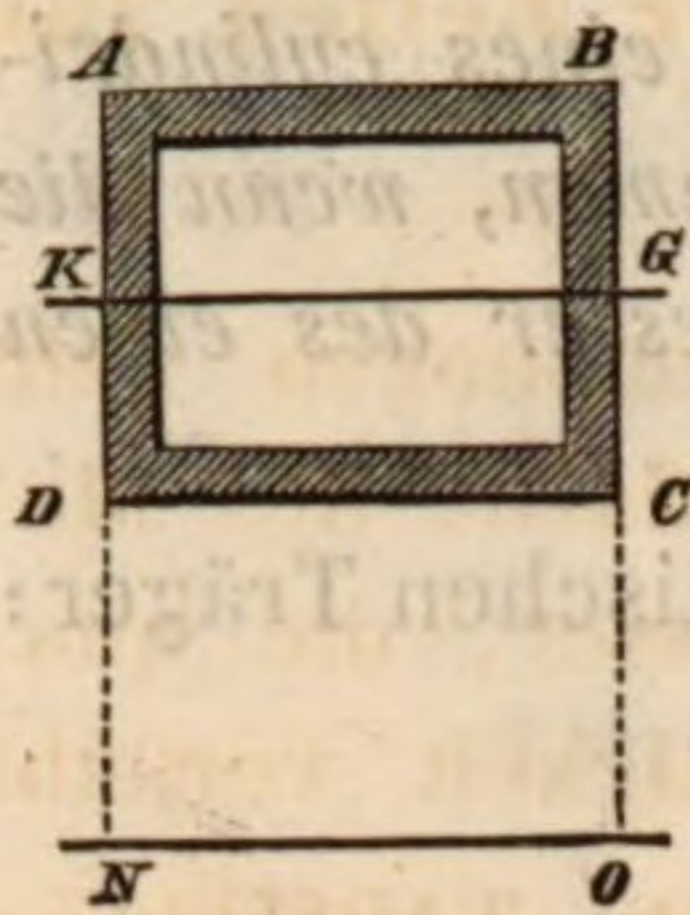
und es hat daher, bei demselben Material, der $\square$ Träger $1\frac{1}{3}$ Mal mehr Festigkeit als der $\bigcirc$ Träger.

Vergleichung der Festigkeit von quadratischen und runden Zellen.

LXXXIII. Es sei $KEGF$ eine kreisförmige Zelle und $ABCD$ eine quadratische. Die Querschnittsflächen derselben seien dieselben.

Der Durchmesser KG sei gleich der Seite $AB = d$ und

Fig. 8.



die Abstände der beiden, durch die Mitte der Zellen gehenden Linien KG von der Momentaxe NO , seien bei beiden dieselben.

Nach Artikel XLIX ist das Bruchmoment der quadratischen Zelle:

$$M = \frac{sK}{12} (d^2 + d_1^2 + 12\bar{x}^2),$$

und nach den Gleichungen (39) und (136) das Bruchmoment der runden Zelle:

$$M_1 = \frac{sK}{16} (d^2 + d_2^2 + 16\bar{x}^2),$$

wo d_2^2 das Quadrat des innern Durchmessers $d^2 - \frac{4}{\pi}K$ bedeutet.

Nun muß M größer oder kleiner als M_1 sein, je nachdem:

$$\frac{1}{12} (d^2 + d_1^2) \geq \frac{1}{16} (d^2 + d_2^2),$$

$$4d^2 + 4d_1^2 \geq 3d^2 + 3d_2^2,$$

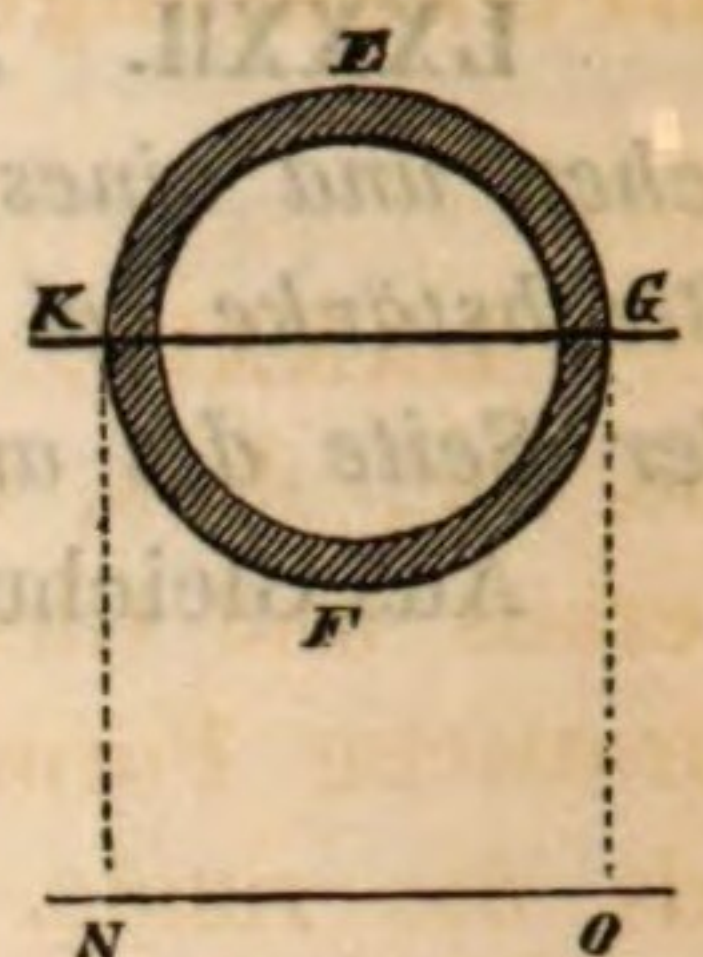
$$d^2 + 4d_1^2 \geq 3\left(d^2 - \frac{4}{\pi}K\right),$$

$$d_1^2 + \frac{6}{\pi}K \geq (d^2 - d_1^2),$$

$$d_1^2 + \frac{6}{\pi}K \geq K.$$

Es ist aber $\frac{6}{\pi}K$ größer als K , daher ist M auch größer als M_1 , das heißt: *Die quadratische Zelle ist fester als die runde.*

Fig. 11.



Betrachtungen über die beste Form der Zellen für röhrenförmige Träger.

LXXXIV. Aus den vorstehenden Untersuchungen geht hervor, daß, bei einer gegebenen Querschnittsfläche des Materials und Gleichheit der Seiten und Durchmesser, die quadratische Form den Zellen eine grössere Festigkeit verleiht als die runde. Hodgkinson fand jedoch auf experimentalem Wege, daß die kreisförmigen Zellen fester sind, wenn sie einem directen Drucke ausgesetzt werden, und behauptet daher, daß dieselben vortheilhafter als die letzteren bei röhrenförmigen Trägern angewendet werden können. Diese Behauptung ist, als der Theorie und Praxis zuwider, zu bestreiten. Die Zellen eines Trägers, dessen relative Festigkeit in Anspruch genommen wird, erleiden eine ganz andere Art von Anstrengung, als wenn eine einfache, zudrückende Pressung auf dem Querschnitte der Röhre ruht. In letzterem Falle werden alle Theile der Röhre gleichmäfsig gedrückt, und es ist völlig vernunftgemäfs zu schliessen, daß die beste Form der Zelle hier diejenige sein müsse, bei der das Material allenthalben gleich weit von der Axe des Druckes abstehe. Bei einem transversalen Drucke auf einen Träger ist die Sachlage eine ganz andere; hier unterliegen die obern und untern Flächen den grössten Anstrengungen, während die Theile, die der neutralen Axe näher liegen, immer weniger von dem Drucke empfinden. Es ist daher in diesem Falle die Materialmasse im Träger symmetrisch, in Beziehung auf die Pressungsaxen und die neutrale Axe des Trägers vertheilt. Sei dem, wie ihm wolle, ein Princip ist nicht aufzugeben, welches die Theorie allenthalben bestätigt, bis directe Versuche das Gegentheil beweisen werden. Bei quadratischen Zellen sind natürlich die Ecken die schwächsten Stellen. Sind dieselben aber durch Winkeleisen verstärkt, wie z. B. bei der Conway-Brücke, so werden dadurch die Zellen nicht allein noch vollkommener, sondern es wird auch ein wichtiges, helfendes Element ihrer Construction beigefügt.

Gründe, warum die Zellenconstruction solche Stärke zeigt.

LXXXV. Es seien AC und EG zwei Querschnitte von Trägern, deren relative Festigkeit in Anspruch genommen werden soll. Diese Querschnitte

Fig. 12.

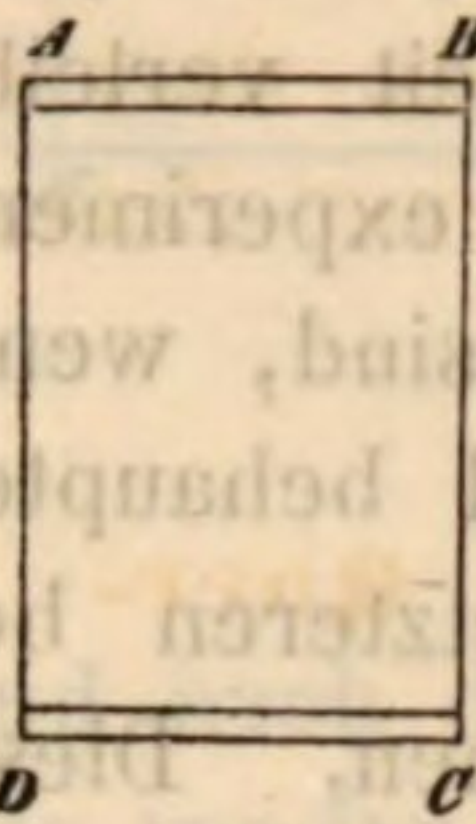
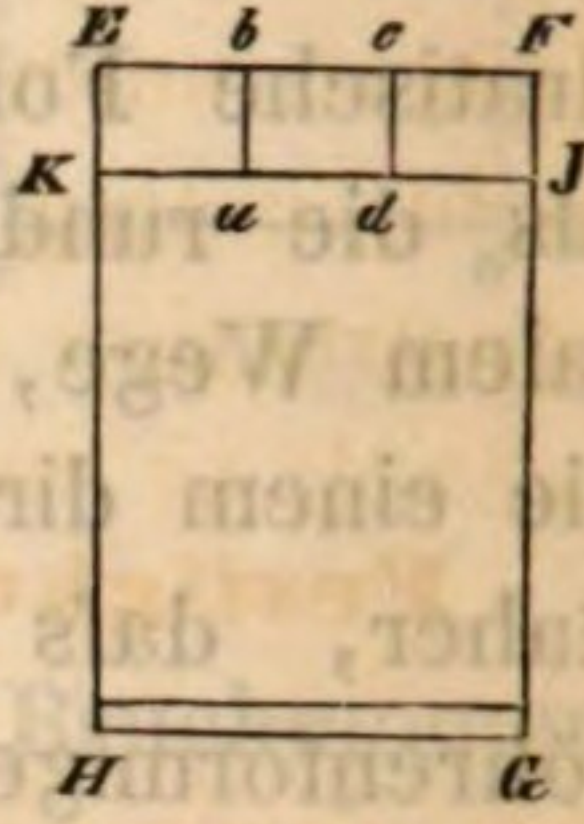


Fig. 13.



seien in allen Beziehungen einander ähnlich, bis auf den Umstand, daß bei dem einen das Material der Decke AB aus Platten besteht, die unmittelbar auf einander ruhen, während bei dem andern dieselbe Materialmasse zu Zellen gestaltet ist, indem die Horizontalplatten, durch Verticalplatten a, b und c, d , mit einander verbunden sind.

Wenn dünne Platten von Schmiedeeisen einem Drucke unterworfen werden, der in der Ebene ihrer Fläche auf sie wirkt, so schrumpfen oder knittern sie zusammen, und zwar lange, ehe ihr Material durch den Druck wirklich zerstört wird. Bei dem Träger, der den ersten der eben angeführten Querschnitte hat, ist nichts geschehen, diesem Bestreben der Deckplatte, zu knittern oder zu schrumpfen, zu begegnen; ein Anderes ist es bei Trägern, die den zweiten Querschnitt haben. Hier besitzen sowohl die verticalen Platten der Zellen, als die Deckplatten das Bestreben zu knittern; die Richtungen dieser Bestreben gehen aber rechtwinklig auf einander, das heißt, die verticalen Platten ab und cd suchen eine Wellenlinie zu bilden, deren Erhöhungen und Vertiefungen horizontal liegen, während die horizontalen Deckplatten ihre Wellen vertical zu treiben bestrebt sind. Die Richtung der größten Festigkeit der Verticalplatten ist vertical und fällt daher mit der Richtung der größten Schwäche der Horizontalplatten zusammen, und so umgekehrt, und es werden aus diesem Grunde die Verticalplatten durch die Horizontalplatten, wie diese wieder durch die ersteren am Schrumpfen verhindert. Es leuchtet dabei ein, daß die Verticalplatten nicht knittern

könnten, ohne einen gewissen Druck auf die Verticalplatten (und umgekehrt) auszuüben.

Aus all diesem geht hervor, daß der Zweck der Zellenconstruction ist: dem Bestreben zu knittern, welches dünne Platten unter einem Drucke in ihrer Ebene zeigen, zu begegnen, und auf diese Weise die Röhrenträger denselben Gesetzen unterworfen zu machen, denen gewöhnliche, solide Träger unterliegen. Es liegt dabei auf der Hand, daß es nicht nöthig ist, dem Bodentheile der Träger eine Zellenconstruction zu geben.

Festigkeitsmoment von Trägern, deren Querschnitte Kreisabschnitte sind.

LXXXVI. *Das Trägheitsmoment eines halbkreisförmigen Querschnittes mit Bezug auf eine Axe zu bestimmen, die, parallel mit dem Durchmesser, durch seinen Schwerpunkt läuft.*

Es sei ABR der Halbkreis und KG die durch seinen Schwerpunkt, parallel dem Durchmesser, laufende Axe.

$\bar{x}$ sei die Distanz zwischen KG und AB . Nach Gleichung (131) ist das Moment eines Halbkreises, auf den Durchmesser bezogen, $\frac{1}{8}\pi r^4$, daher ist, nach Gleichung (40), das Moment desselben auf die, durch den Schwerpunkt des Halbkreises gehende, Axe bezogen:

$$J_0 = \frac{1}{8}\pi r^4 - \text{Fläche} \times \bar{x}^2,$$

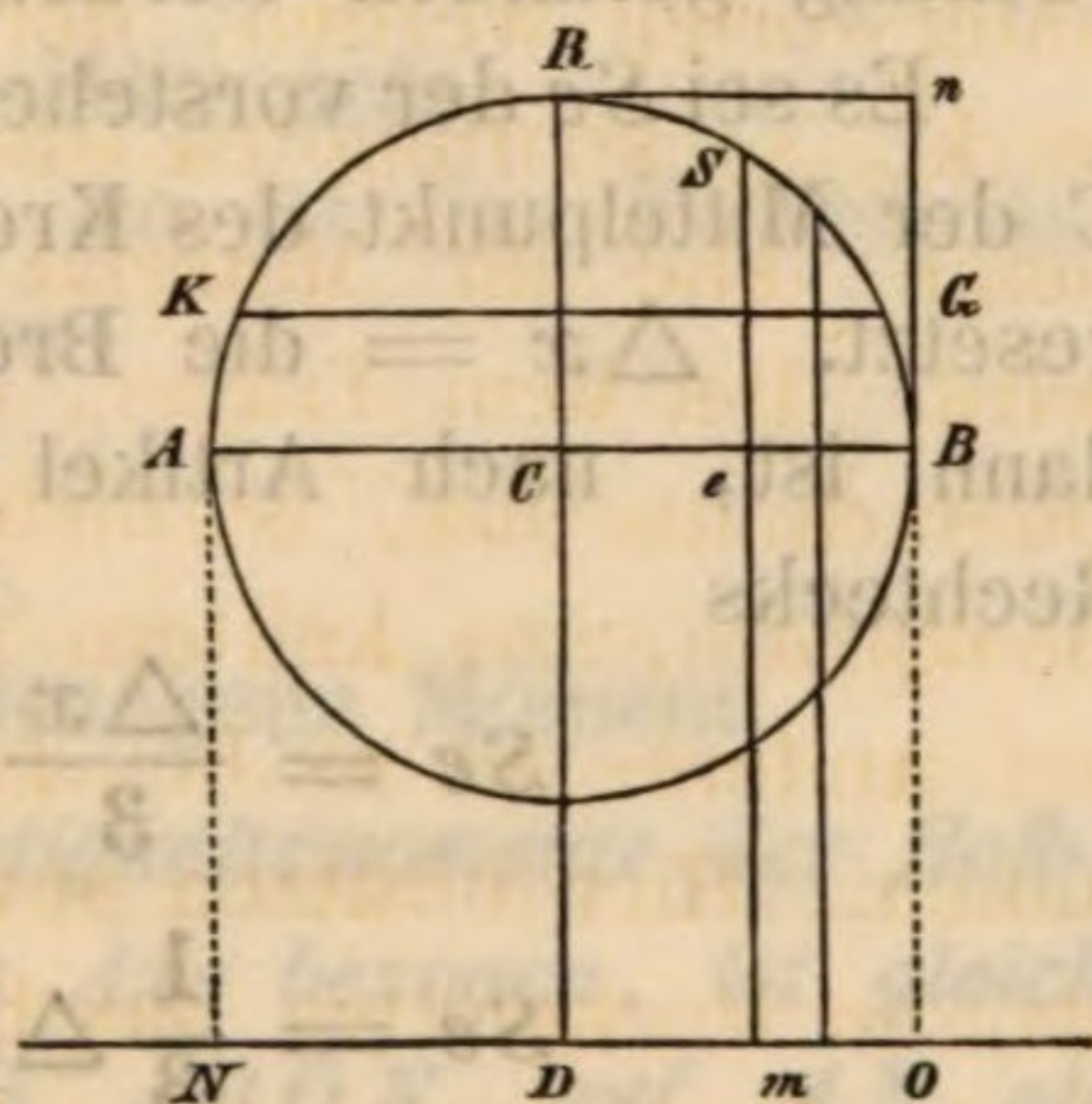
$$(139) \quad J_0 = \frac{1}{8}\pi r^4 - \frac{1}{2}\pi r^2 \bar{x}^2;$$

es ist aber $x = \frac{4r}{3\pi}$, und daher:

$$J_0 = r^4 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right),$$

$$(140) \quad J_0 = 0.11 r^4 \text{ ganz nahezu.}$$

Fig. 14.



LXXXVII. Das Festigkeitsmoment eines Halbkreises in Bezug auf irgend eine, mit dem Durchmesser AB parallel laufende Axe zu bestimmen.

Es sei $e = NA = OB$ der vorstehenden Figur. $J_0 =$ das Festigkeitsmoment des Halbkreises auf die Axe KG bezogen und $J_x =$ dasselbe Moment, auf die Axe NO bezogen. Dann ist J_0 durch die Gleichung (139) gegeben, und wir erhalten nach Gleichung (39), Artikel XXIII:

$$\begin{aligned} J_x &= J_0 + \text{Fläche } ARB \times OG^2, \\ J_x &= \frac{1}{8} \pi r^4 - \frac{1}{2} \pi r^2 \bar{x}^2 + \frac{1}{2} \pi r^2 (\bar{x} + e)^2, \\ (141) \quad J_x &= \frac{\pi r^2}{8} (r^2 + 4e^2) + \frac{4er^3}{3}, \end{aligned}$$

wodurch das Moment eines Halbkreises, auf jede Axe bezogen, die AB parallel läuft, ausgedrückt ist.

Dies kann auch folgendermaßen durch directe Untersuchung gefunden werden:

Es sei Se der vorstehenden Figur ein kleines Flächenelement, C der Mittelpunkt des Kreises. x sei $= Ce = Dm$, $y = Se$ gesetzt. $\Delta x =$ die Breite des elementaren Rechtecks Se , dann ist, nach Artikel XVII, das Festigkeitsmoment des Rechtecks

$$Se = \frac{\Delta x}{3} \{ (y + e)^3 - e^3 \},$$

$$Se = \frac{1}{3} \Delta x (y^3 + 3ey^2 + 3e^2y),$$

und mittels der Kreisgleichung: $y^2 = r^2 - x^2$, findet sich das Moment des Quadranten BCR

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \int_0^r \left\{ (r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} + 3e(r^2 - x^2) + 3e^2(r^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} \right\} dx, \\ &= \frac{\pi r^4}{16} + \frac{2er^3}{3} + \frac{e^2 \pi r^2}{4}, \\ &= \frac{\pi r^2}{16} (r^2 + 4e^2) + \frac{2er^3}{3}, \end{aligned}$$

welches derselbe Ausdruck, wie in Gleichung (141) ist.

Nun ist das Moment des ganzen Kreises, auf NO bezogen, = seinem Momente auf den Durchmesser bezogen, + die Fläche $\times DC^2$

$$(142) = \frac{1}{4} \pi r^4 + \pi r^2 e^2 = \frac{\pi r^2}{4} (r^2 + 4e^2),$$

und das Moment des Halbkreises unter AB ist gleich dem Momente des ganzen Kreises, minus dem Momente des Halbkreises ABR

$$(143) = \frac{\pi r^2}{8} (r^2 + 4e^2) - \frac{4er^3}{3}.$$

In diesem Falle ist $e = DR = e + r$; dann erhalten wir das Festigkeitsmoment des Halbkreises ABR in umgekehrter Stellung:

$$(144) = \frac{\pi r^2}{8} \left\{ r^2 + 4(e + r)^2 \right\} - \frac{4r^3(e + r)}{3}.$$

LXXXVIII. Das Moment eines Kreises ist 5 Mal so groß, wenn es auf eine Axe, die ihn tangirt, als wenn es auf eine solche bezogen wird, die durch seine Mitte geht.

In Gleichung (142) sei $e = r$, so ist das Festigkeitsmoment auf die Tangentialaxe bezogen:

$$= \frac{5\pi r^4}{4}$$

= 5 $\times$ das auf den Durchmesser bezogene Moment.

LXXXIX. Die Differenz der Festigkeitsmomente der Halbkreise ABR und ABV auf NO als Axe bezogen, ist gleich dem Trägheitsmomente des Rechtecks $ABON$, auf AN als Axe bezogen.

Wenn man die Gleichung (143) von (141) abzieht, so erhält man die Differenz $\frac{8er^3}{3} = \frac{1}{3} e(2r)^3 =$ dem Festigkeitsmoment des Rechtecks $ABON$ auf die Axe AN bezogen.

XC. Das Festigkeitsmoment des Raumes $BSRn$, auf die Axe NO bezogen, zu bestimmen.

Es sei q für das Moment des Raumes $BSRn$ gesetzt, dann ist das Moment $BSRn =$ dem Moment des Quadrates $RnBC$ — dem Festigkeitsmomente des Quadranten BCR :

$$(145) \quad q = \frac{r}{3} \left\{ (e+r)^3 - e^3 \right\} - \frac{\pi r^2}{16} (r^2 + 4e^2) - \frac{2er^3}{3}.$$

XCI. Das Festigkeitsmoment des Querschnitts eines Trägers mit Doppelflängen, dessen Hohlkehlen den Radius os haben, zu bestimmen.

Es sei
 $b, b_1 = AB$ bezüglich CD ,
 $h, h_1 =$ die Distanzen von AB und CD
 von der neutralen Axe KG ,

$h' = KR$ die Distanz von RS , von KG ,

$k_2 =$ die Stärke der verticalen Rippe,

$r = os = or$ der Radius der Krümmung der Hohlkehlen,

$e = vs$ die Distanz des zu dieser Krümmung gehörigen Kreises von KG ,

$Q =$ das Festigkeitsmoment des rectangulären Theiles über KG ,

$q =$ das Trägheitsmoment der kreisförmigen Theile rts über KG und so für die accentuirte Bezeichnung unter KG .

Nach Gleichung (120) haben wir:

$$(146) \quad Q = \frac{1}{3} \left\{ b h^3 - (b - k_2) h'^3 \right\},$$

und durch Gleichung (145) ist gegeben:

$$J = Q + 2q \quad \text{und} \quad J_1 = Q_1 + 2q_1.$$

Ist das Material vollkommen elastisch, so haben wir:

$$(147) \quad M = \frac{S}{h} (Q + 2q + Q_1 + 2q_1),$$

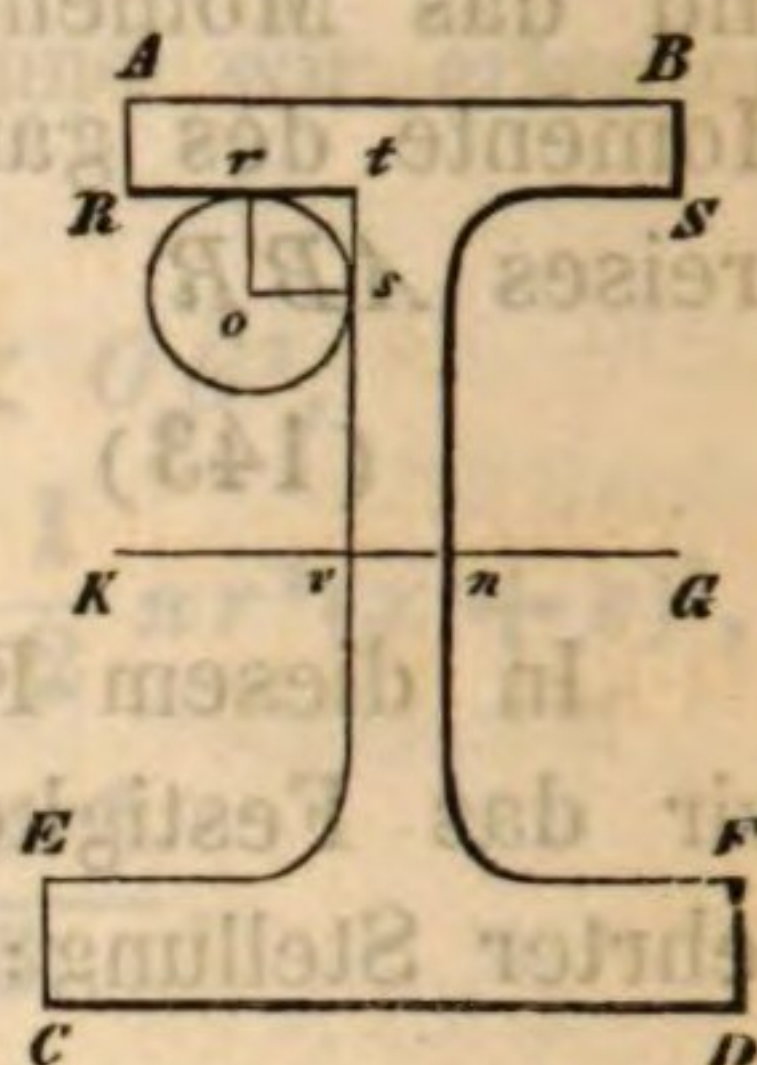
und wenn der Träger mit beiden Enden aufruhet:

$$W = \frac{4S}{lh} \left\{ Q + 2q + Q_1 + 2q_1 \right\},$$

wobei bemerkt werden muß, daß Q durch Gleichung (146), q durch Gleichung (145), ebenso wie Q_1 und q_1 gegeben ist.

Die neutrale Axe wird nach Gleichung (13) bestimmt.

Fig. 15.

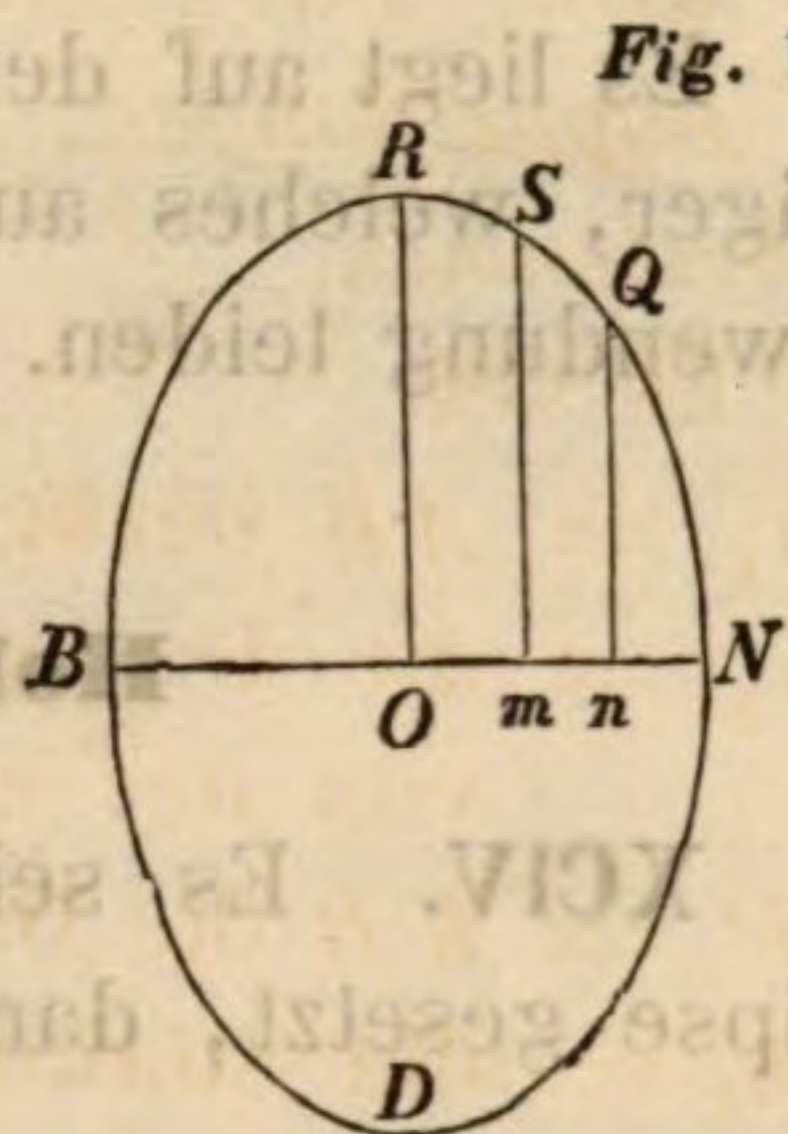


Festigkeit u. s. w. elliptischer Träger.

XCII. Es bezeichne $NRBD$ den Querschnitt eines elliptischen Trägers, ON die kleine, OR die große Halbaxe. b sei $= ON = OB$, $a = OR$, $x = Om$, $y = Sm$; dann ergibt sich, durch die Curvengleichung:

$$y = \frac{a}{b} \sqrt{(b^2 - x^2)}$$

und ihre Substitution in Gleichung (34), Artikel XXI:



$$J = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{b^3} \int_0^b (b^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx,$$

$$(149) \quad J = \frac{1}{16} \pi b a^3,$$

welches der Ausdruck für den Quadranten NOR der Ellipse ist. Das Festigkeitsmoment der ganzen Ellipse, auf ihren kleinen Durchmesser bezogen, ist daher:

$$(150) \quad J = \frac{1}{4} \pi b a^3.$$

Die Querschnittsfläche πab ist aber $= K$,

$$J = \frac{1}{4} K a^2,$$

$$M = \frac{S}{4a} \cdot K a^2 = \frac{1}{4} S K a,$$

$$(151) \quad M = \frac{1}{8} S K d,$$

worin d für die große Axe der Ellipse gesetzt ist.

XCIII. Ist der Träger auf beiden Enden gestützt, so ist:

$$(152) \quad W = \frac{S K a}{l} \quad \text{oder} \quad \frac{S}{2} \cdot \frac{K d}{l},$$

das heißt: das Bruchgewicht eines massiven elliptischen Balkens ist gleich: dem Producte aus der Querschnittsfläche,

der Höhe und einer Constanten $\left(\frac{S}{2}\right)$, dividirt durch die Distanz der Unterstützungspunkte.

Es liegt auf der Hand, daß diese Regel auf alle elliptische Träger, welches auch das Verhältniß ihrer Axen sein möge, Anwendung leiden.

Hohle elliptische Träger.

XCIV. Es sei a_1 und b_1 für die Halbaxen der inneren Ellipse gesetzt, dann ergibt sich aus Gleichung (150):

$$(153) \quad \begin{aligned} J &= \frac{\pi}{4} (ba^3 - b_1a_1^3), \\ M &= \frac{S\pi}{4a} (ba^3 - b_1a_1^3), \end{aligned}$$

indem wir aber $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ setzen, finden wir:

$$\begin{aligned} M &= \frac{S\pi}{4b} (b^2a^2 - b_1^2a_1^2), \\ &= \frac{S\pi}{4b} (ba - b_1a_1)(ba + b_1a_1), \\ &= \frac{SK}{4b} (ba + b_1a_1), \\ &= \frac{SKa}{4} \left(1 + \frac{b_1a_1}{ba}\right), \\ (154) \quad M &= \frac{SKa}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{SKd}{4}, \end{aligned}$$

indem man $\frac{b_1a_1}{ba} = 1$ annimmt, was dann geschehen kann, wenn die Wand des Trägers dünn im Verhältniß zu jeder Axendimension ist.

XCV. Ist der Träger in der Mitte belastet und an den Enden unterstützt, so haben wir:

$$(155) \quad W = \frac{SKd}{l}.$$

Der Mittelwerth für die Constante S , wie er aus den Fairbairn'schen Versuchen folgt, ist $= 15$ Tons. Daher erhalten wir folgende Regel für die Bestimmung der Festigkeit hohler, elliptischer Träger:

Bei hohlen, elliptischen Trägern aus dünnen Platten ist das Bruchgewicht gleich dem Producte aus der Querschnittsfläche, der Höhe und einer Constanten (15 Tons), dividirt durch die Distanz der Stützpunkte; die Dimensionen alle in Zollen genommen.

Dieses Resultat ist dem bei Untersuchung der cylindrischen und rectangulären Träger gefundenen analog.

XCVI. Die Festigkeit eines Trägers von rectangulärem Querschnitte, mit Höhlungen an den Seiten, die halbe Ellipsen bilden, zu bestimmen.

m und n seien die großen und kleinen Axen der Ellipsen.

Hier ist, nach Gleichung (78), das Festigkeitsmoment des rectangulären Körpers $ABCD$ auf die Axe KG , die durch die Mitte des Trägers geht, be-

zogen: $\frac{1}{12} b d^3$, wo $b = AB = CD =$ der Breite, und $d = AC = BD =$ der Höhe des Trägers ist. Und da das Moment der Ellipse in Gleichung (150) gegeben ist, so drückt

$$J = \frac{1}{12} b d^3 - \frac{1}{64} \pi n m^3,$$

$$(156) \quad M = S \left\{ \frac{1}{6} b d^2 - \frac{1}{32} \frac{\pi n m^3}{d} \right\}$$

das Bruchmoment des Trägers aus.

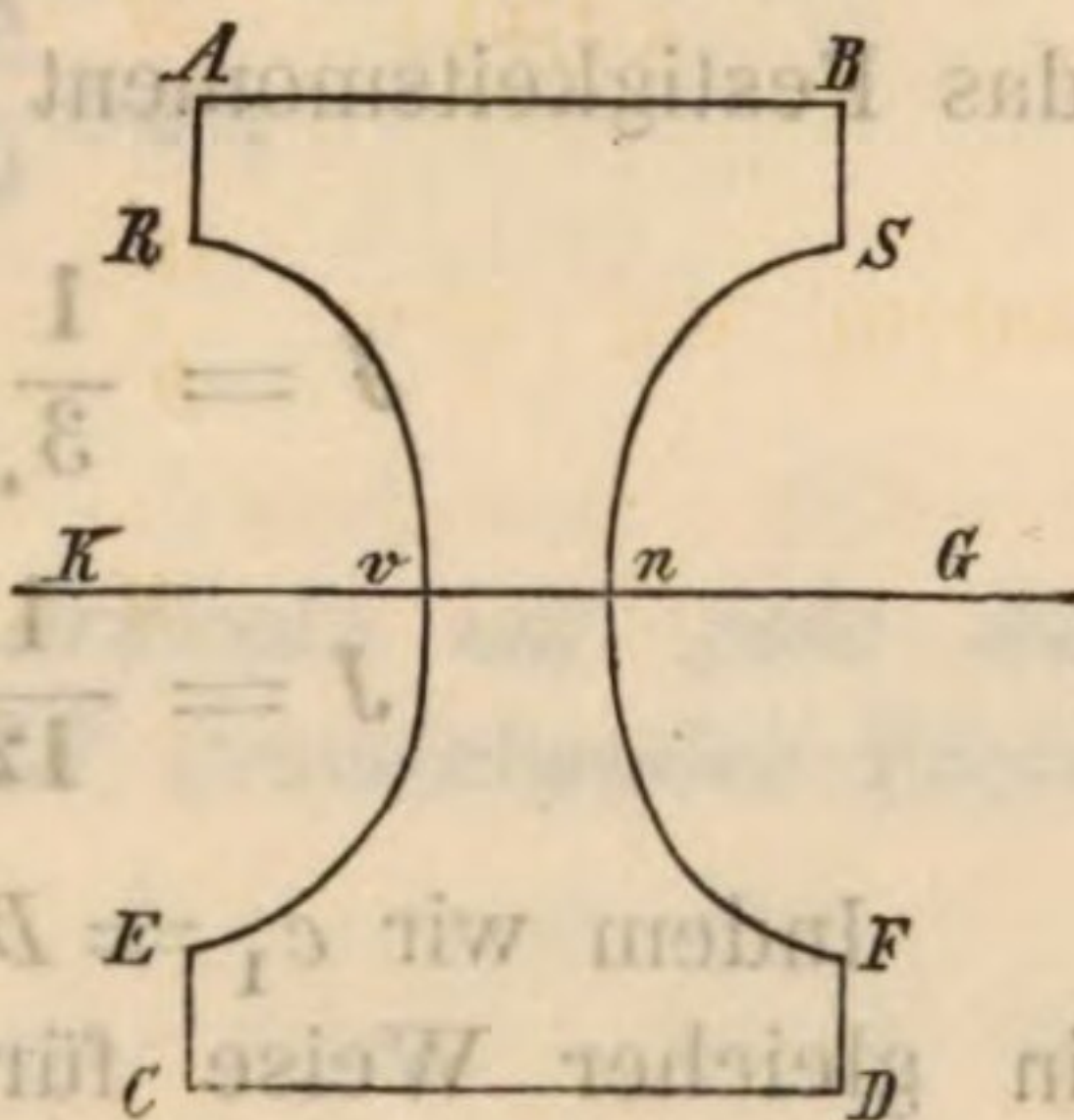
Ist $m = d$, so ist:

$$(157) \quad M = S d^2 \left\{ \frac{1}{6} b - \frac{1}{32} \pi n \right\}.$$

Ist $n = b$, so ist:

$$(158) \quad M = \frac{S(16 - 3\pi)}{96} b d^2.$$

Fig. 17.



Festigkeitsmomente dreieckiger und trapezoidischer Querschnittsflächen.

XCVII. Das Festigkeitsmoment einer dreieckigen Querschnittsfläche, auf ihre Basis AB als Axe bezogen, zu bestimmen.

In dem rechtwinkligen Dreiecke ADC sei: $c = AD$, $a = CD$, $x = AM$, $y = MP$, dann ergibt sich, aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ADC und AMP :

$$AD : DC = AM : MP,$$

$$c : a = x : y,$$

$$y = \frac{ax}{c}.$$

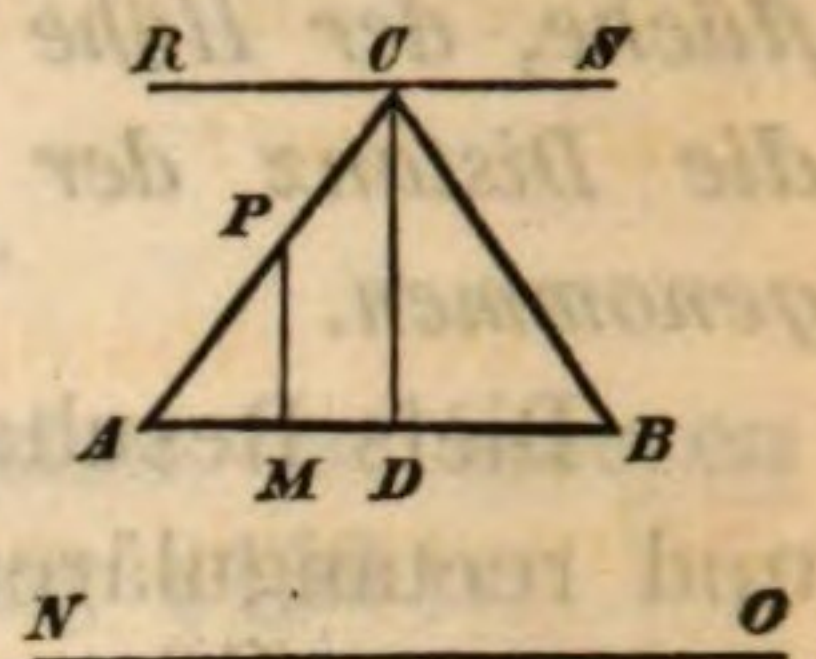


Fig. 18.

Dies in Gleichung (34) substituierend, erhalten wir für das Festigkeitsmoment des Triangels ADC :

$$J = \frac{1}{3} \int_0^c y^3 dx = \frac{a^3}{3c^3} \int_0^c x^3 dx,$$

$$J = \frac{1}{12} ca^3.$$

Indem wir $c_1 = DB$ und $b = AB$ setzen, so haben wir in gleicher Weise für das Festigkeitsmoment des Dreiecks

$$DBC = \frac{1}{12} c_1 a^3:$$

$$J = \frac{1}{12} ca^3 + \frac{1}{12} c_1 a^3,$$

$$(159) \quad J = \frac{1}{12} ba^3,$$

welcher Ausdruck das Festigkeitsmoment des Dreiecks ABC , auf AB als Axe bezogen, bezeichnet.

XCVIII. Das Festigkeitsmoment eines Dreiecks auf eine Axe bezogen, die durch seinen Schwerpunkt parallel mit der Basis geht, zu finden.

Die Distanz des Schwerpunkts von der Basis ist hier $\frac{a}{3}$; wir erhalten demnach aus Gleichung (40):

$$J_0 = \frac{1}{12} b a^3 - \frac{1}{2} a b \times \left(\frac{a}{3}\right)^2,$$

$$(160) \quad J_0 = \frac{1}{36} b a^3.$$

XCIX. Das Festigkeitsmoment eines Dreiecks auf eine Axe bezogen zu finden, die durch seinen Scheitel, parallel mit der Basis, läuft (s. vorstehende Figur).

Der Abstand der Axe RS von der, die durch den Schwerpunkt geht, ist $\frac{2a}{3}$; daher haben wir, nach Gleichung (39):

$$J = J_0 + \frac{1}{2} b a \times \left(\frac{2a}{3}\right)^2,$$

$$= \frac{1}{36} b a^3 + \frac{2}{9} b a^3,$$

$$(161) \quad J = \frac{1}{4} b a^3.$$

C. Das Festigkeitsmoment eines Dreiecks auf jede Axe bezogen, die parallel mit der Basis AB (vorstehender Figur) läuft, zu finden.

Es sei

a_1 = der Distanz von NO nach AB ,

J_x = das Festigkeitsmoment des Dreiecks ABC , auf NO bezogen.

In diesem Falle ist die Distanz zwischen NO und der Axe, die durch den Schwerpunkt des Dreiecks geht $= a_1 + \frac{a}{3}$.

$$J_x = J_0 + \frac{1}{2} a b \left(a_1 + \frac{a}{3}\right)^2,$$

$$J_x = \frac{1}{36} b a^3 + \frac{1}{18} a b (3a_1 + a)^2,$$

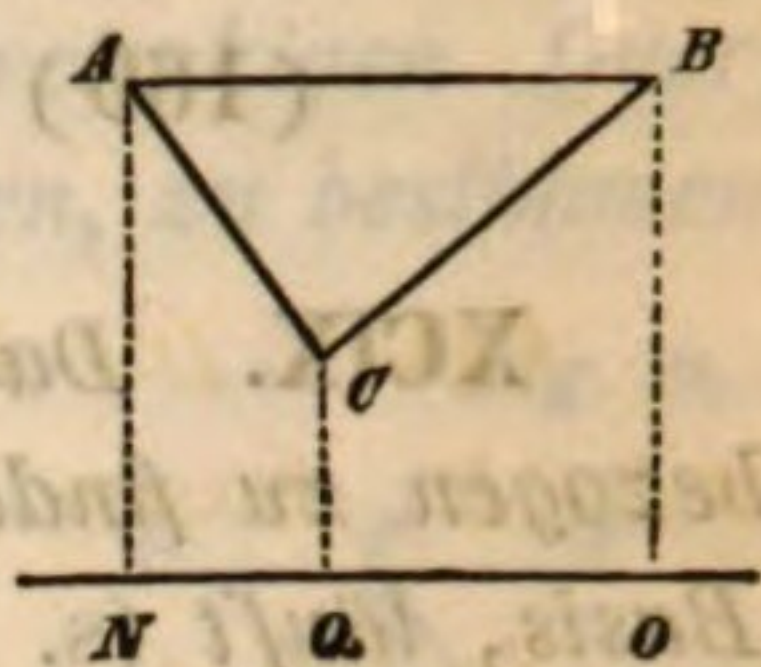
$$(162) \quad J_x = \frac{a b}{36} \left\{ a^2 + 2(3a_1 + a)^2 \right\}.$$

Wenn $a_1 = -a$, so wird dieser Ausdruck zu dem in Gleichung (161) gegebenen.

CI. Das Festigkeitsmoment eines Dreiecks zu finden, dessen Scheitel C gegen die Axe NO gekehrt ist.

Fig. 19.

Es sei
 $a_1 = AN = BO$ die Distanz der Basis AB
 von NO ,
 $b = AB$ die Basis des Dreiecks,
 a = die senkrechte Höhe des Dreiecks.



Hier ist die Distanz des Schwerpunkts
 des Dreiecks von $NO = a_1 - \frac{a}{3}$,

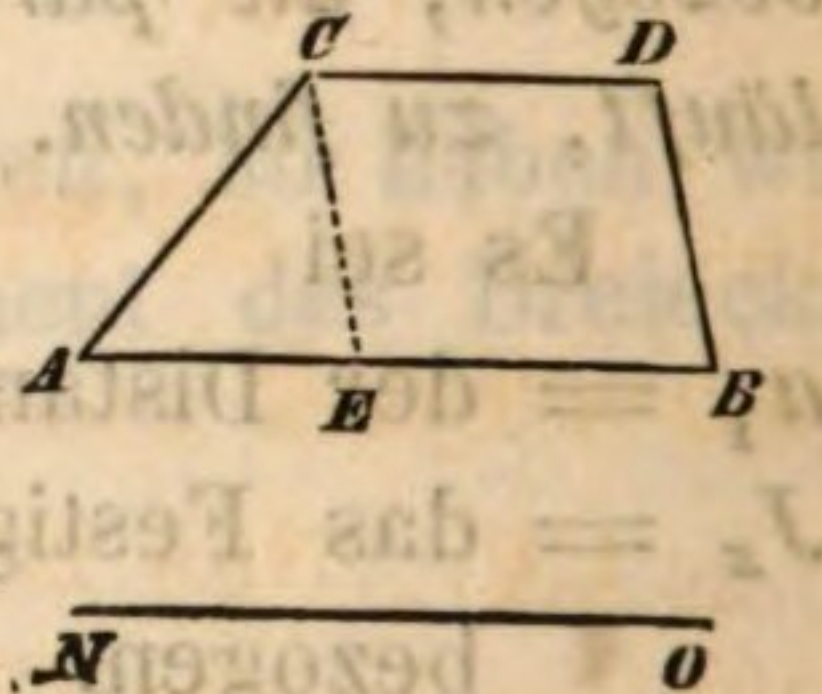
$$\begin{aligned} J_x &= J_0 + \frac{1}{2} ab \left(a_1 - \frac{a}{3} \right)^2, \\ &= \frac{1}{36} ba^3 + \frac{1}{18} ab (3a_1 - a)^2, \\ (163) \quad J_x &= \frac{ab}{36} \left\{ a^2 + 2(3a_1 - a)^2 \right\}. \end{aligned}$$

CII. Das Festigkeitsmoment eines Trapezoids $ABCD$, auf seine Basis als Axe bezogen, zu finden.

Fig. 20.

Sei CE parallel DB gezogen und
 $b = AB$, $b_1 = CD$, a sei der senkrecht
 gemessene Abstand von AB und CD .

J = das Festigkeitsmoment des Dreiecks
 AEC + Festigkeitsmoment des
 Parallelogramms $CDBE$.



$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{12} (b - b_1) a^3 + \frac{1}{3} b_1 a^3, \\ (164) \quad J &= \frac{1}{12} a^3 (b + 3b_1). \end{aligned}$$

CIII. Das Festigkeitsmoment eines Trapezoids $ABDC$ auf eine beliebige, AB oder CD parallel laufende Axe NO bezogen, zu finden.

Sei a_1 = der Distanz zwischen AB und NO gesetzt.

Hier ist das Moment des Dreiecks AEC durch Gleichung
 (162) und das des Parallelogramms $EBDC$ in Artikel XVII
 gegeben; daher haben wir für den vorliegenden Fall:

$$(165) \quad J_x = \frac{1}{36} a(b - b_1) \left\{ a^2 + 2(3a_1 + a)^2 \right\} \\ + \frac{1}{3} b_1 \left\{ (a + a_1)^3 - a^3 \right\}.$$

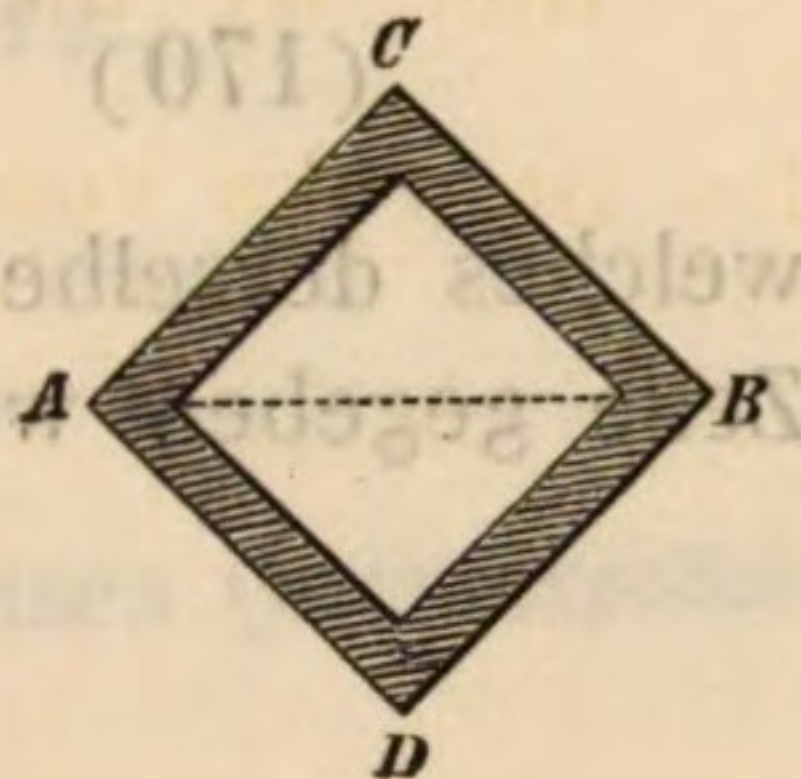
CIV. Die Festigkeit eines massiven, quadratischen Trägers $ABCD$, dessen Diagonale AB horizontal liegt, zu bestimmen.

Es sei $c = AB$ die Diagonale,
 $d = AD$ die Seite.

Fig. 21.

Das Festigkeitsmoment des Dreiecks

$$ABC = \frac{1}{12} c \left(\frac{c}{2} \right)^3, \\ = \frac{1}{96} c^4;$$



Festigkeitsmoment des Quadrats $ABCD = \frac{1}{48} c^4,$

$$(166) \quad M = \frac{S}{\frac{1}{2}c} \cdot \frac{1}{48} \cdot c^4 = \frac{Sc^3}{24},$$

$$(167) \quad M = \frac{SKc}{12},$$

das heisst: die Festigkeit ist den Querschnitten und den Höhen proportional.

CV. Nun ist $c^2 = 2d^2$, daher erhalten wir, durch Substitution in die Gleichungen (166) und (167):

$$(168) \quad J = \frac{1}{12} d^4 \quad \text{und} \quad =$$

$$(169) \quad M = \frac{\sqrt{2}}{12} SKd.$$

Hier ist der Ausdruck (Gleichung 168) derselbe, als wenn die Seite des Trägers horizontal läge. Liegt aber in allen andern Fällen die Seite AD horizontal, so wird $M = \frac{1}{6} SKd$; daher verhält sich die Festigkeit im ersten Falle zu der im letzteren, wie $\sqrt{2} : 2$.

CVI. Die Festigkeit eines hohlen, quadratischen Trägers zu bestimmen, dessen Diagonale horizontal liegt.

J_0 = Festigkeitsmoment des äußeren Quadrates — Festigkeitsmoment des inneren Quadrates,

$$J_0 = \frac{1}{12} d^4 - \frac{1}{12} d_1^4,$$

$$= \frac{1}{12} (d^4 - d_1^4),$$

$$(170) \quad J_0 = \frac{K}{12} (d^2 + d_1^2),$$

welches derselbe Ausdruck ist, der in Gleichung (82) für die Zelle gegeben wurde, deren Seite horizontal liegt.

$$M = \frac{S}{\frac{1}{2}c} \cdot \frac{K}{12} (d^2 + d_1^2),$$

$$M = \frac{\sqrt{2}}{12d} \cdot SK(d^2 + d_1^2).$$

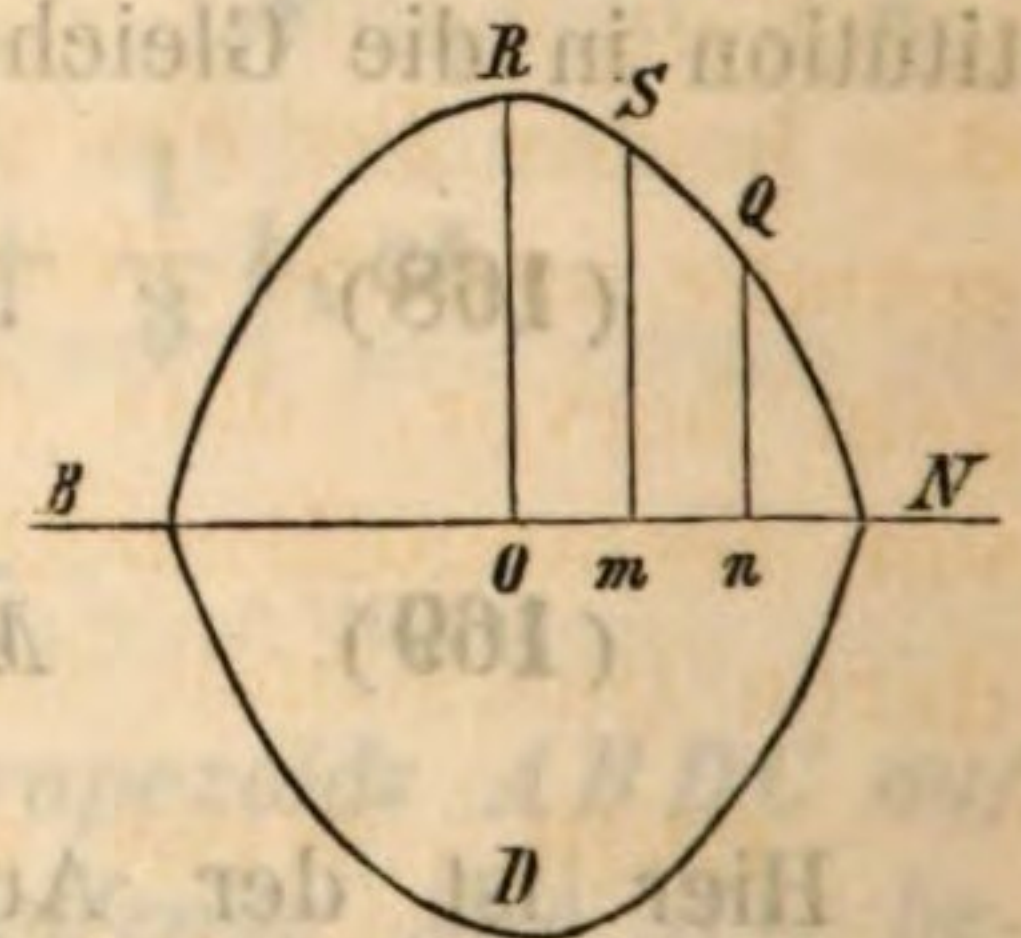
Wenn wir dieß mit Gleichung (84) vergleichen, so finden wir, daß sich auch hier die Festigkeiten der beiden Träger in den beiden Lagen verhalten, wie $\sqrt{2} : 2$.

Festigkeit parabolischer Träger.

CVII. Es sei RND der Querschnitt eines Trägers, bei welchem BRN und BDN zwei gleiche Parabeln bilden, die ihre Scheitel in R und D haben.

Fig. 22.

Ferner sei $e = ON = OB$, $c = OR = OD$, $d = RD =$ der ganzen Höhe des Trägers, $b = BN$ die ganze Breite desselben, und $x = Om$, $y = Sm$.



Durch die Gleichung der Curve:

$x^2 = p(c - y),$
erhalten wir:

$$y^3 = \frac{1}{p^3} (pc - x^2)^3,$$

$$y^3 = \frac{c^3}{e^6} (e^2 - x^2)^3,$$

und durch Substitution in Gleichung (34) erhalten wir für das Festigkeitsmoment der Fläche NOR :

$$J = \frac{1}{3} \int_0^e y^3 dx,$$

$$J = \frac{c^3}{3e^6} \int_0^e (e^2 - x^2)^3 dx,$$

$$J = \frac{16}{105} ec^3,$$

und hierdurch das Festigkeitsmoment des ganzen Querschnitts:

$$J = \frac{16 \times 4}{105} ec^3,$$

$$(171) \quad J = \frac{4}{105} bd^3 \text{ und}$$

$$M = \frac{4}{105} \cdot \frac{S}{\frac{1}{2}d} bd^3,$$

$$(172) \quad M = \frac{8}{105} Sbd^2,$$

$$(172) \quad M = \frac{12}{105} SKd,$$

das heißt: *Die Festigkeit verhält sich auch hier, wie die Querschnitte und die Höhen der Träger.* Aus allem Vorstehenden geht hervor, daß dieser Grundsatz nicht allein für Träger von rechteckigem Querschnitte, sondern auch für solche gilt, deren Querschnitt von einer Kegelschnittslinie begrenzt ist.

CVIII. Wenn wir die Gleichungen (172) und (28) vergleichen, so finden wir, daß sich die Festigkeit eines Trägers mit parabolischem Querschnitte zu der eines andern mit rechteckigem Querschnitte, wie 72 zu 105, oder nahezu wie $1 : 1\frac{1}{2}$ verhalte, wenn Breite und Höhe der Querschnitte gleich sind.

CIX. Die Festigkeit eines Trägers von rechteckigem Querschnitt, dessen Seiten parabolische Hohlkehlen RvE und SnF haben, zu bestimmen.

Es sei

b_1 = die Summe der Grundlinien der Halbparabeln Rrs und Sn ,

d_1 = $RE = SF$ die Summe ihrer senkrechten Höhen,

b = $AB = CD$ die Breite des Trägers,

d = $AC = BD$ die Höhe desselben.

Das Festigkeitsmoment des massiven Rechtecks $ABCD$ auf die Axe KG , die durch die Mitte des Querschnitts geht, bezogen, ist $\frac{1}{12}bd^3$, und das Moment der parabolischen Räume ist in Gleichung (171) gegeben; es ist daher:

$$(173) \quad J = \frac{1}{12}bd^3 - \frac{4}{105}b_1d_1^3.$$

Ist aber $d_1 = d$ und $b_1 = b$, so wird:

$$M = \frac{S}{\frac{1}{2}d} \left(\frac{1}{12}bd^3 - \frac{4}{105}bd^3 \right),$$

$$M = \frac{19}{210}Sbd^2.$$

Der Querschnitt des Materials ist aber $K = \frac{1}{3}bd$,

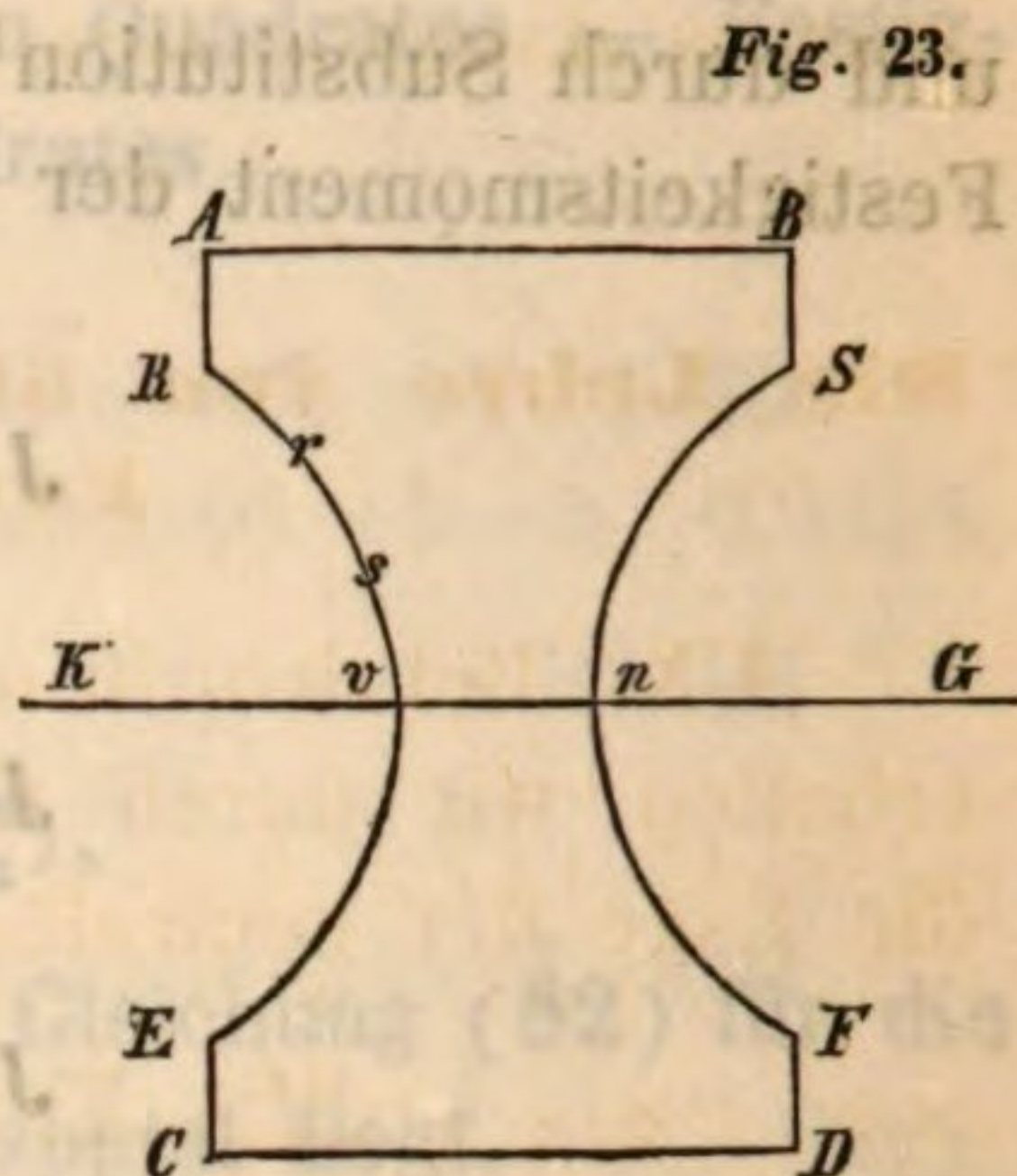
$$(174) \quad M = \frac{19}{70}SKd,$$

das heißt: Die Festigkeit verhält sich wie die Querschnitte und die Höhen.

Dieses Princip ist nicht nur auf parabolische Querschnitte eingeschränkt, denn in Gleichung (158) haben wir:

$$K = bd \left(1 - \frac{\pi}{4} \right);$$

daher findet man, durch Substitution des Obigen in Gleichung (158):



$$(175) \quad M = \frac{16 - 3\pi}{24(4 - \pi)} SKd,$$

woraus dasselbe Gesetz hervorgeht.

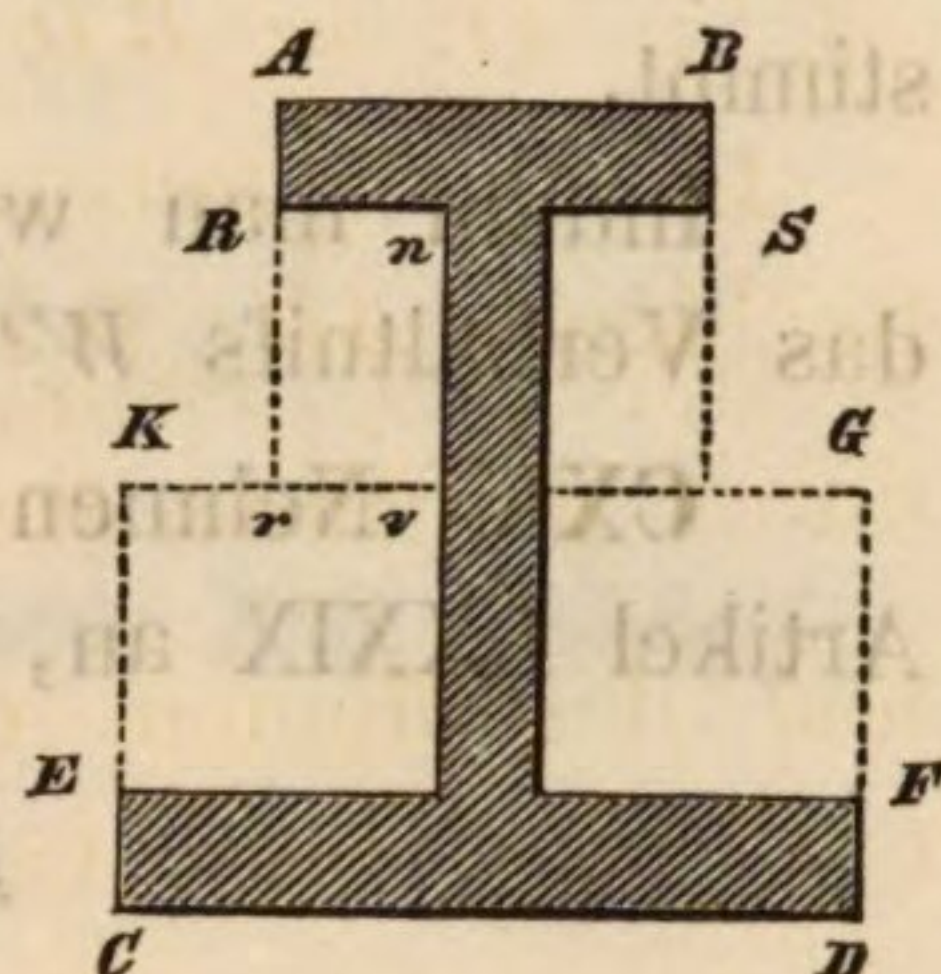
Die Lehre von ähnlichen Trägern auf besondere Formen angewendet.

CX. Bei dem in nebenstehender Figur dargestellten Träger erhalten wir durch Gleichung (96) für die Lage der neutralen Axe:

$$x = \frac{\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1}{K},$$

wobei $\alpha\alpha_1$ für die Flächen der Kopf- und Fußflangen und sofort, wie in Gleichung (54), gesetzt ist.

$$x' = \frac{\alpha'\alpha'_1 + \beta'\beta'_1 + \gamma'\gamma'_1}{K'}.$$



Es ist aber $\alpha' = r^2\alpha$ u. s. w., $\alpha'_1 = r^2\alpha_1$ u. s. w., $K' = r^2K$.

$$x' = \frac{r^3(\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1)}{r^2K},$$

$$= r\bar{x},$$

das heißt: die neutrale Axe theilt die Höhe der Widerstandsfähigkeiten proportional.

Ferner haben wir, nach Gleichung (120):

$$J = \frac{1}{3} \left\{ bh^3 - (b - k_2)(h - e)^3 \right\},$$

$$J' = \frac{1}{3} \left\{ b'h'^3 - (b' - k'_2)(h' - e')^3 \right\}.$$

Es ist aber $b' = rb$, $k'_2 = rk_2$, $e' = re$, und nach dem vorhergehenden Resultate $h' = rh$:

$$J' = \frac{r^4}{3} \left\{ bh^3 - (b - k_2)(h - e)^3 \right\} = r^4 J,$$

und ähnlich:

$$J'_1 = r^4 J_1;$$

daher erhalten wir, aus Gleichung (123):

$$M = \frac{S}{h}(J + J_1),$$

$$M' = \frac{S}{h'}(J' + J'_1),$$

$$M' = \frac{S}{rh}(r^4 J + r^4 J_1),$$

$$M' = r^3 M,$$

was mit der allgemeineren Formel in Artikel XXXI übereinstimmt.

Indem man wie in Artikel XXXII verfährt, stellt man das Verhältniß $W' = r^2 W$ her.

CXI. Nehmen wir den hohlen, cylindrischen Träger aus Artikel LXXIX an, so erhalten wir, nach Gleichung (136):

$$M = \frac{SK}{8d}(d^2 + d_1^2),$$

$$M' = \frac{SK'}{8d'}(d'^2 + d_1'^2).$$

Da aber $K' = r^2 K$, $d' = rd$, $d_1' = rd_1$ ist, so wird:

$$\begin{aligned} M' &= \frac{Sr^2 K}{8rd}(r^2 d^2 + r^2 d_1^2), \\ &= r^3 M, \end{aligned}$$

und so fort wie früher, wegen der Beziehung $W' = r^2 W$.

CXII. Betrachtet man den Träger mit Artikel XCI, so hat man, nach Gleichung (148):

$$W = \frac{4S}{lh}(Q + 2q + Q_1 + 2q_1),$$

$$W' = \frac{4S}{l'h'}(Q' + 2q' + Q'_1 + 2q'_1).$$

Nach dem, was in Artikel CX bewiesen worden ist, haben wir:

$$Q' = r_1^4 Q,$$

wo r_1 in diesem Falle angewendet ist, um die linearen Verhältnisse der Träger auszudrücken.

Aus Gleichung (145) geht hervor:

$$q = \frac{r}{3} \left\{ (e + r)^3 - e^3 \right\} - \text{u. s. w.},$$

$$q' = \frac{r'}{3} \left\{ (e' + r')^3 - e'^3 \right\} - \text{u. s. w.}$$

Es ist aber $r' = r_1 r$, $e' = r_1 e$ u. s. w.,

$$q' = r_1^4 q,$$

und so fort, bis zu den Werthen Q_1 und q_1 :

$$W' = \frac{4S}{r_1^2 l h} \left\{ r_1^4 Q + 2 r_1^4 q + r_1^4 Q_1 + 2 r_1^4 q_1 \right\} = r^2 W.$$

In gleicher Weise kann jeder andere Fall behandelt werden.

A n m e r k u n g.

An einigen Stellen dieser Abhandlung steht „Trägheitsmoment“ statt „Festigkeitsmoment“. Diefs ist da der Fall, wo der Verfasser des englischen Originals sich des Ausdrucks „*Moment of inertia*“ für den Begriff des Festigkeitsmoments bedient.

Der Uebersetzer.

Aus Gleichung (145) geht hervor:

$$\frac{v}{3} = \left\{ (e + v)^2 - e^2 \right\} - W. S. W.$$

$$\frac{v'}{3} = \left\{ (e' + v')^2 - e'^2 \right\} - W. S. W.$$

A n h a n g I.

William Fairbairn's Versuche über die Festigkeit schmiedeeiserner Röhrenträger.

Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes wird es nicht ohne Interesse sein, wenn wir die Art und Weise, in der die Experimente angestellt wurden, kurz beschreiben.

Die Eigenthümlichkeit der Untersuchung und der fast gänzliche Mangel an Daten trugen in hohem Grade dazu bei, das erfolgreiche Fortschreiten derselben zu verzögern. Die relative Festigkeit einer eisernen, aus genieteten Platten zusammengesetzten Röhre war ein fast ganz neuer Gegenstand, und es würde außerordentlich kühn gewesen sein, eine solche Röhre zur Herstellung einer Eisenbahn zu benutzen, bevor die Gröfse der Elasticität, Steifigkeit und der Querschnitt der größten Tragkraft ausgemittelt waren.

Vor Beginn der Experimente waren höchst wichtige Betrachtungen anzustellen, denn die Gröfse der Spannung, die Form der Röhre und die Natur des Materials, aus welchem sie zusammengesetzt werden sollte, waren Gegenstände, welche die größte Aufmerksamkeit erforderten. Jeder derselben mußte getrennt für sich und in Verbindung mit den andern in Betracht gezogen werden, und indem behufs der Aufindung des Gesetzes, nach welchem die Form und Festigkeit sich richtet, Thatsachen aufgestellt wurden, war es nöthig, mit Vorsicht vorwärts zu gehen und die relativen Kräfte und Widerstände, wie sie nach und nach aus jedem Experimente

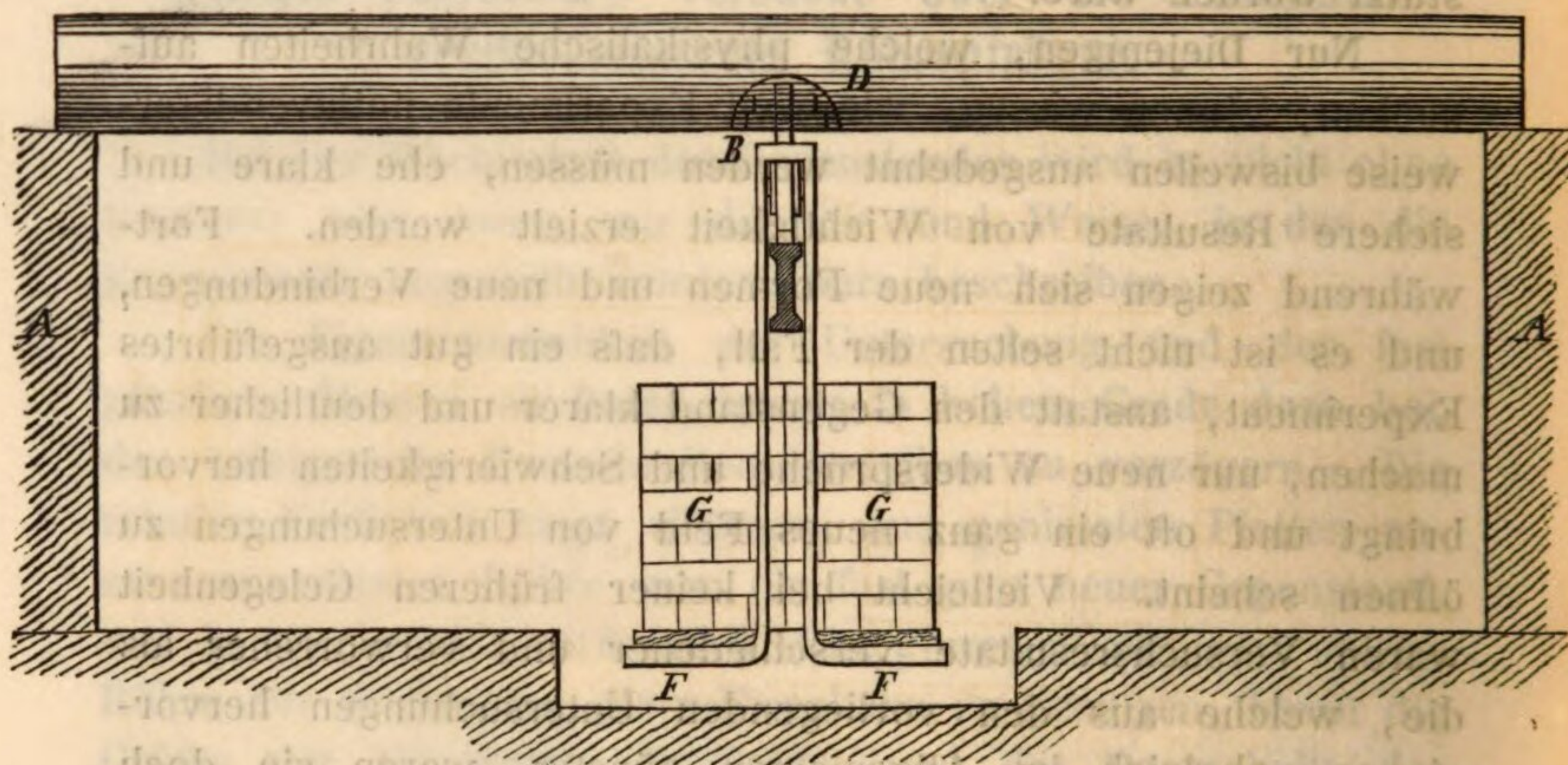
hervorgingen, Schritt für Schritt zu bestimmen. Diese Experimente wurden mit großer Sorgfalt ausgeführt, und die Theilnahme, welches sie erregt haben, sowie die Neuheit derselben, werden, wie ich hoffe, ebenso interessant für den wissenschaftlichen Forscher sein, als sie für das Unternehmen, für welches sie angestellt wurden, vortheilhaft gewesen sind.

Bei Ausführung der gegenwärtigen Untersuchung würde ich wahrscheinlich vor der, von einem solchen Unternehmen unzertrennlichen Verantwortlichkeit zurückgeschreckt sein, wenn ich nicht von Herrn Stephenson, der mich dieser Arbeit für gewachsen hielt, ermuthigt und von andern Seiten unterstützt worden wäre.

Nur Diejenigen, welche physikalische Wahrheiten aufsuchen, können wissen, wie weit Experimente nothwendigerweise bisweilen ausgedehnt werden müssen, ehe klare und sichere Resultate von Wichtigkeit erzielt werden. Fortwährend zeigen sich neue Formen und neue Verbindungen, und es ist nicht selten der Fall, daß ein gut ausgeführtes Experiment, anstatt den Gegenstand klarer und deutlicher zu machen, nur neue Widersprüche und Schwierigkeiten hervorbringt und oft ein ganz neues Feld von Untersuchungen zu öffnen scheint. Vielleicht bei keiner früheren Gelegenheit waren Versuchsergebnisse verschiedener und verworrener als die, welche aus den vorliegenden Untersuchungen hervorgingen; obgleich im Allgemeinen günstig, waren sie doch nicht immer übereinstimmend mit den bestehenden Theorien oder so, wie die Natur der Experimente voraussetzen liefs. Im Gegentheil wurde wenig Festigkeit da gefunden, wo viel erwartet wurde, und aus diesem Grunde machten sich wiederholte Aenderungen sowohl in der Form, als in der Vertheilung des Materials durchaus nothwendig, nicht nur um Vergleichsergebnisse zu erhalten, sondern auch, um die beiden Widerstände gegen Zusammendrückung und Ausdehnung in bessere Uebereinstimmung oder in vollständiges Gleichgewicht mit einander zu bringen.

Bei der ganzen Reihe von Experimenten wurde es erstens für nöthig erachtet, die relative Festigkeit cylindrischer Röhren

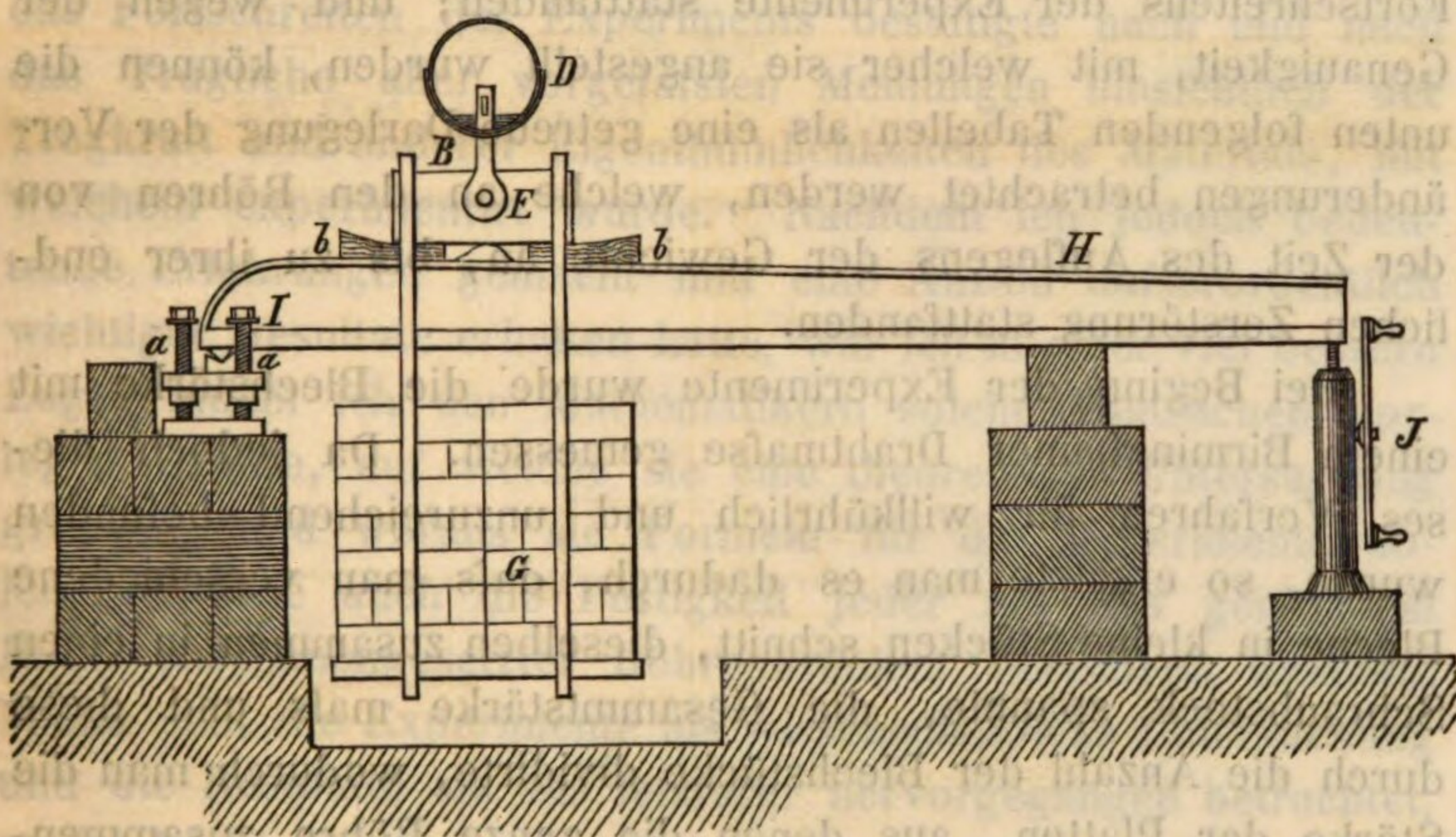
auszumitteln, zweitens elliptischer und eiförmiger Röhren, und endlich solcher von rectangulärem Querschnitt, einschliesslich derjenigen Modificationen, welche die Experimente in den aufeinanderfolgenden Stadien der Untersuchung andeuten würden. Jedes Experiment ist, mit einigen kleinen Veränderungen, in derselben Reihenfolge beschrieben, in welcher es angestellt worden ist; um jedoch einen deutlichen Begriff der Resultate zu geben, wird es nöthig sein, nicht nur den Apparat zu beschreiben, welcher für die Reihe der Experimente gebraucht wurde, sondern auch zu zeigen, in welcher Weise und unter welchen Umständen jene Resultate erhalten wurden.



Die Röhre, mit welcher das Experiment angestellt werden sollte, wurde so hoch auf ein Paar feste Blöcke *A*, *A* gelegt, daß Gewichte frei an derselben aufgehängt werden konnten. Bei den cylindrischen und elliptischen Röhren wurden die Gewichte mittels eines unten durch die Mitte eingeschnittenen Loches angehängt. Die Stange *B* wurde durch einen Keil und einer Platte festgehalten, welche auf einer 8 Zoll im Quadrat grossen Unterlage von hartem Holze auf der untern Seite im Innern der Röhre ruhten. Dem zum Durchstecken der eisernen Stange ausgeschnittenen Theile der Röhre war, wie die Linien bei *D* zeigen, durch eine rund um die Aussen-seite angenietete starke Platte grössere Festigkeit gegeben

worden. Nachdem die Eisenstange befestigt worden war, wurde die Querplatte *E* an denselben mittels eines Bolzens angehängt, welcher leicht in die rund gebogenen Enden der Stange *B* paßte. An der so befestigten, gusseisernen Platte hingen große Gabeln *F*, auf deren horizontalen Theilen die Gewichte auf jeder Seite aufgelegt waren, wie bei *G* gezeigt ist.

Es ist zu erwähnen, daß bei dieser Anordnung die Röhren der Wirkung einer ruhigen Last ausgesetzt wurden, und auf diese Weise das Complicirte und Unsichere eines Systems von Hebeln vermieden wurde. Ein Hebel wurde je-



doch zum Emporheben der Gewichte von der Röhre für nöthig befunden, um den Mangel an Elasticität oder die bleibende Durchbiegung nach Entfernung der Last auszumitteln. Die Durchbiegung der Röhre wurde beim Auflegen der Gewichte sorgfältig gemessen und notirt, ebenso das Emporheben derselben, wenn die Last nachher gehoben wurde. Der große Hebel *H* mit der Winde *J* am Ende desselben dienten zum Heben und Senken der Last und zur Bestimmung der Veränderungen, welche durch das successive Auflegen und Wegnehmen der Gewichte vor sich gingen. Die hölzernen Keile *b, b* hatten den Zweck, während des Emporhebens des Hebels mit den Gewichten, zur Ausmittlung der permanenten Durch-

biegung, die Last ruhig zu halten; wenn die Last an der Röhre hing, wurden sie weggenommen,

Bei jedem Experimente wurde die Durchbiegung gemessen, nachdem die Gewichte aufgelegt worden waren; da jedoch einige der Röhren eine sehr bedeutende Durchbiegung erlitten, so wurde die Unterlage *I*, auf welcher der grofse Hebel ruhte, von einer Eisenplatte getragen, welche, um der Durchbiegung folgen zu können, mittels der Schrauben *a, a, a* gehoben und gesenkt werden konnte.

Aus dieser Beschreibung erhellt, dafs die Veränderungen mit Leichtigkeit notirt werden konnten, welche während des Fortschreitens der Experimente stattfanden; und wegen der Genauigkeit, mit welcher sie angestellt wurden, können die unten folgenden Tabellen als eine getreue Darlegung der Veränderungen betrachtet werden, welche an den Röhren von der Zeit des Auflegens der Gewichte an, bis zu ihrer endlichen Zerstörung stattfanden.

Bei Beginn der Experimente wurde die Blechstärke mit einem Birminghamer Drahtmafs gemessen. Da jedoch dieses Verfahren für willkürlich und unzureichend befunden wurde, so ersetzte man es dadurch, dafs man verschiedene Bleche in kleine Stücken schnitt, dieselben zusammen in einen Schraubstock spannte, die Gesamtstärke mafs und diese durch die Anzahl der Blechstücke dividirte, wodurch man die Stärke der Platten, aus denen die ganze Röhre zusammengesetzt war, so genau wie möglich erhielt.

Sämmtliche Experimente standen in directer Beziehung zu den über die Menai-Strafse und den Conway-Flufs vorgeschlagenen Brücken, und die Durchmesser, Längen, Höhen und Stärken jeder Röhre können als Proportionaltheile jener Bauwerke betrachtet werden. Anfänglich waren die cylindrischen Röhren blofse Annäherungen, und erst nachdem einige derselben zerbrochen waren, konnte etwas Bestimmtes in Bezug auf die Festigkeit oder Form daraus abgeleitet werden. Es mufs erwähnt werden, dafs der vollständig originale Charakter der Untersuchung die Resultate außerordentlich problematisch machte, und da Thatsachen aufgestellt werden

sollten, so wurde es für besser und wünschenswerther erachtet, erst durch ein directes Experiment die Form und Verhältnisse jeder einzelnen Röhre festzustellen, als es zu wagen, Data für bestimmt anzunehmen, welche sich nachher als irrig und ungenügend erweisen konnten.

Die Annäherungen waren jedoch von großem Werthe, da sie Mängel und Schwächen bloß stellten und zu verbesserten Formen und Bedingungen führten, sowohl in Hinsicht auf die Vertheilung des Materials, als auf die nöthige Steifigkeit, um die Röhre in ihrer ursprünglichen Gestalt zu erhalten. Alle diese Erfordernisse wurden sorgfältig beachtet, und das Fortschreiten des Experiments bestätigte nach und nach das Trügliche aller vorgefaßten Meinungen hinsichtlich der Tragkraft und anderer Eigenthümlichkeiten des Materials, mit welchem experimentirt wurde. Nachdem ich jedoch bedeutende Erfahrungen gemacht und eine Anzahl außerordentlich wichtiger Resultate erhalten hatte, war ich in einer viel bessern Lage, indem ich den Mathematikern solche Thatsachen vorlegen konnte, auf welche sie eine theoretische Untersuchung gründen, und woraus sie Formeln für die Experimente ableiten, sowie auch die Festigkeit jeder Art aus genietetem Blech zusammengesetzter Röhrenbrücken berechnen konnten. Wenn man die Experimente als wissenschaftliche Untersuchung und die Resultate als aus letzterer hervorgegangen betrachtet, so ist leicht einzusehen, welches die festeste und beste Form der Röhre sein muß. Spätere Experimente können vielleicht nur Eigenthümlichkeiten zeigen und neue Verbindungen in den Details der Construction veranlassen; aber das große Princip der Form oder der Querschnitt der größten Festigkeit wird, wie ich glaube, in folgenden tabellarischen Resultaten zu finden sein.

Experimente über die relative Festigkeit schmiedeeiserner Röhren von cylindrischer Form *).

Experiment Nr. I.

Am 6. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 18 Fufs 1 Zoll lang, 12.18 Zoll äußerer Durchmesser und 17 Fufs im Lichten zwischen den Unterlagen.

Dicke von 13 Blechen = 0.53 Zoll, daher Stärke des Bleches, aus welchem die Röhre zusammengesetzt war,

$$= \frac{0.53}{13} = 0.0408 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 102 lb.

Gewicht der Tragstange und Querplatte 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.06			Ehe dieses Gewicht ganz aufgelegt war, wurde die Röhre an der obern Seite faltig durch Zusammen- drückung.
1920	0.5			Niedergesunken durch Zu- sammendrückung.
3040				
Größte Durchbiegung = 0.39.				

Experiment Nr. I wiederholt.

Am 9. October 1845.

Dieses Experiment wurde mit einer Hälfte der zerbrochenen Röhre angestellt, bei 8 Fufs 6 Zoll lichter Weite zwischen den Unterlagen.

*) Sämmtliche Maße und Gewichte sind englische.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
960	0.02		12.010	
2695	0.13		11.912	
3970				Oben zusammengedrückt 6 Zoll vom Mittel der Röhre.

Größte Durchbiegung = 0.19.

Bei obigen Experimenten erfolgte die gänzliche Durchbiegung der Röhren nach und nach durch Zusammendrückung, indem die obere Fläche dicht bei der ersten Nietenreihe 13 Zoll von der Tragstange sich zusammenfaltete. Die eine Röhrenhälfte wurde auch an der obern Seite 6 Zoll vom Mittel zusammengedrückt, nachdem sie das Gewicht von 3970 lbs. einige Minuten lang getragen hatte.

Experiment Nr. II.

Am 7. Juli 1847.

Cylindrische Eisenblechröhre 18 Fufs 1½ Zoll lang, 12 Zoll äußerer Durchmesser und 17 Fufs zwischen den Unterlagen.

Dicke von 15 Blechen = 0.56 Zoll, demnach Blechstärke

$$= \frac{0.56}{15} = 0.037 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 107 lbs.

Gewicht der Tragstange und Querplatte 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.20		12.00	
1360	0.32	0.03	12.00	
1920	0.41	0.03	11.50	
2114	0.46	0.03	11.40	
2256	0.60	0.05	11.25	
2368	0.60	0.10	11.15	
2480	0.61	0.10	11.10	
2592	0.61		11.00	
2704	0.65			Wurde an der oberen Seite ungefähr 10 Zoll weit von der Tragstange zusam- mengeschrückt, nachdem sie die Last ungefähr 1½ Mi- nute lang getragen hatte.
Größte Durchbiegung = 0.65.				

Wegen der außerordentlichen Biegsamkeit des Materials wurde die Röhre bei diesem Experimente zusammengeschrückt, wie vorher, indem die obere Seite in einer Entfernung von 10 Zoll von der Tragstange sich zusammenbog.

Experiment Nr. III.

Am 11. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 16 Fufs 10 Zoll lang, 12.4 Zoll äußerer Durchmesser und 15 Fufs 7½ Zoll zwischen den Unterlagen.

Dicke von 9 Blechen = 1.18 Zoll, daher Blechstärke

$$= \frac{1.18}{9} = 0.131 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 392 lbs.

Gewicht der Tragstange und Querplatte 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.07		12.40	Bis zum Gewichte von 6960 lbs. wurde der Quer- durchmesser der Röhre anscheinend nicht ver- ändert.
1920	0.17		12.32	
3040	0.30	0.025	12.25	
3600	0.31	0.025	12.25	
4160	0.35	0.050	12.20	
4720	0.42	0.075	12.19	
5280	0.45	0.076	12.19	
5840	0.50	0.100	12.17	
6400	0.56	0.102	12.15	
6960	0.65	0.102	12.15	
7520	0.72	0.150	12.15	
8080	0.85	0.175	12.17	Bei dem Gewichte von 8080 lbs. gingen die Sei- ten etwas zusammen, in- dem die Röhre eine ellip- tische Form annahm.
8640	0.87	0.225	12.10	
9200	0.97	0.250	12.07	
9760	1.02	0.300	12.07	
10320	1.12	0.350	12.04	
10880	1.24	0.400	12.00	
11440				Bei diesem Gewichte er- folgte ein Bruch, indem der untere Theil über die Tragstangenöffnung hin- weg zerrifs.
Größte Durchbiegung = 1.29.				

Aus diesem Experimente geht hervor, daß der Elasticität cylindrischer Röhren von Eisenblech bis zu einem Drucke von 8640 Pfund (bis zu drei Viertel der brechenden Last) wenig

geschadet wird, indem dabei die Durchbiegung 0.87 Zoll und der Mangel an Elasticität 0.225 Zoll beträgt.

Experiment Nr. IV.

Am 30. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 24 Fufs $10\frac{1}{2}$ Zoll lang, 18.26 Zoll äußerer Durchmesser und 23 Fufs 5 Zoll zwischen den Unterlagen.

Dicke von 17 Blechen = 0.99 Zoll, demnach Blechstärke
 $= \frac{0.99}{17} = 0.0582$ Zoll.

Gewicht der Röhre = 334 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.08		17.75	Wegen der Biegsamkeit der Röhre und der Blechstärke konnte die permanente Durchbiegung nicht gemessen werden.
1920	0.15		17.75	
3040	0.25		17.48	
4160	0.35		17.15	
5280	0.46		16.65	
5840	0.51		16.63	
6400				Brach 6 Zoll vom Mittel der Tragstange, indem die untere Seite dicht am Rande der rund um die Oeffnung für die Tragstange genieteten Platte zerrifs.

Größte Durchbiegung = 0.56.

Bei diesem Experimente setzte die obere Seite der Röhre der Zusammendrückung größeren Widerstand entgegen, als

bei den vorhergehenden Experimenten, was wahrscheinlich in der verhältnißmässig schwachen Durchbiegung und in der Steifheit der Bleche seinen Grund hatte.

Experiment Nr. V.

Am 12. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 25 Fufs lang, 17.68 Zoll äußerer Durchmesser und 23 Fufs 5 Zoll zwischen den Unterlagen.

Dicke von 16 Blechen = 1.01 Zoll, demnach Blechstärke

$$= \frac{1.01}{16} = 0.063 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 346 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.10		17.68	
1920	0.20		17.68	
3040	0.30		17.58	Bei Entfernung der Last wurde die Form der Sei- ten ein wenig verändert.
4160	0.42	0.050	17.28	
5280	0.51	0.075	16.98	
5840	0.60	0.090	16.65	
6120	0.71	0.100	16.48	
6400				Brach an der Unterseite 25 Zoll vom Mittel, in- dem das Blech an den Nietlöchern rifs, wo es sehr geschwächt worden war.

Größte Durchbiegung = 0.74.

Bei Anhängung der gröfseren Gewichte erforderte es die größte Sorgfalt, die Enden der Röhre, welche auf den Blöcken

ruhten, in gehöriger Form zu erhalten. Dieselben wurden durch runde, hölzerne, in die Enden eingesteckte Blöcke geschützt, um an diesen Theilen Verdrehung und Zusammendrückung zu verhindern.

Einige Wochen nach dem angeführten Experimente wurde es für rathlich gehalten, das Experiment mit dem längsten unbeschädigt gebliebenen Theile der Röhre zu wiederholen. Diefes geschah, um die relativen Werthe der beiden Widerstände gegen die Zusammendrückung und Ausdehnung einer Röhre auszumitteln, deren Bleche durch die Nieten nicht so sehr geschwächt worden waren, wie bei dem letzten und einigen der vorhergehenden Experimente. Die Resultate waren folgende:

Experiment Nr. V, wiederholt mit einer Hälfte der gebrochenen Röhre.

Am 8. October 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 14 Fufs 8 Zoll lang, 17.68 Zoll äußerer Durchmesser und 14 Fufs zwischen den Unterlagen.

Blechstärke wie vorher.

Gewicht der Röhre = 215 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 960 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
960			17.62	Wegen der geringen Länge der Röhre wurde beim Auflegen der Gewichte der obere Theil der Röhre gehoben, anstatt eingedrückt. Diefes geschah wegen der Drehung der Seiten in der Mitte, welche sich verlängerten. Das Gewicht von 11050 lbs. wurde einige Minuten auf der Röhre gelassen.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
1823	0.06		17.57	
2693	0.10		17.32	
3570	0.14		17.14	
4437	0.20		17.02	
5300	0.25		16.80	
6157	0.30		16.68	
7021	0.32		16.38	
7854	0.38		16.27	
8272	0.42		16.07	
8695	0.50	0.16	15.98	
9126	0.56	0.25	15.52	
9560	0.58	0.28	15.27	
9976	0.60	0.40	15.02	
10395	0.62	0.47	14.67	
10826	0.92	0.60	14.02	
11050	0.92	0.93	13.92	
11274				Zerstört durch Zusammen- drückung; der obere Theil faltete sich zusam- men, da die Seiten, welche bedeutend verdreht wa- ren, sich einwärts bogen.
Größte Durchbiegung = 0.958.				

Die Experimente mit dieser Röhre zeigten von den vorigen etwas verschiedene Resultate. Das Verhältniß des Durchmessers zur Entfernung der Stützen und die Biagsamkeit der Röhre bewirkten, dafs im Mittel, wo die Last angebracht war, die Röhre sich einbog und die elliptische Form annahm. Diese Eigenthümlichkeit ist in der Colonne der Durchbiegung genau notirt, wo die obere Seite emporsteigt, anstatt, wie bei den andern Experimenten, der untern Seite zu folgen.

Experiment Nr. VI.

Am 12. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 25 Fufs 1 Zoll lang, 18.18 Zoll äußerer Durchmesser und 23 Fufs 5 Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 10 Blechen = 1.19 Zoll, demnach Blechstärke
 $= \frac{1.19}{10} = 0.119$ Zoll.

Gewicht der Röhre = 777 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.05		18.00	
1920	0.15		18.00	
3040	0.20		17.95	
4160	0.30		17.90	
5280	0.38	0.05	17.90	
6400	0.45	0.06	17.90	
7520	0.55	0.06	17.88	
8649	0.64	0.07	17.83	
9760	0.75	0.09	17.75	
10180	0.84	0.10	17.70	
12000	0.95	0.13	17.65	
12560	1.00	0.15	17.64	
13120	1.05	0.18	17.60	
13680	1.13	0.20	17.58	
14240				Brach an den Nietlöchern, 3 Fufs 2½ Zoll vom Mittel, nachdem sie das Gewicht eine halbe Minute lang getragen hatte.

Größte Durchbiegung = 1.19.

Es ist bemerkenswerth, daß sämtliche Röhren, welche in Folge der Ausdehnung brachen, an den Nietlöchern, oder in unmittelbarer Nähe der Tragstange auseinander gingen, wo

die Bleche sehr geschwächt waren. Wären diese Theile von derselben Festigkeit gewesen, wie die Bleche, so würden wahrscheinlich alle oder ziemlich alle der Zusammendrückung nachgegeben haben.

Ein anderes Experiment wurde mit dieser Röhre bei 15 Fufs Entfernung zwischen den Stützen angestellt, wie folgt:

Experiment Nr. VI, wiederholt mit einer Hälfte der gebrochenen Röhre.

Am 8. October 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 25 Fufs 1 Zoll lang, 18.18 Zoll Durchmesser und 15 Fufs zwischen den Stützen.

Gewicht der Röhre = 475 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 930 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
930	+		18.30	
2687	0.04		18.30	
4393	0.06		18.30	
6150	0.06		18.20	
7853	0.07		18.17	
9541	0.07		18.10	
11243	0.08		18.07	
12974	0.08		18.03	
14682	0.08		17.90	
16425	0.08		17.89	
18111				Dieses Experiment ging verloren, da die Gründ- ungen nachgaben; es wurde indeß mit einem Gewichte von 16837 lbs. wieder aufgenommen.
16837			17.77	
18555				Brach an den Nieten 8 Zoll vom Mittel an der untern Seite.

Größte Durchbiegung = 0.114.

Während dieses Experimentes fanden beträchtliche Formenveränderungen statt, indem an der Tragstange der verticale Durchmesser und an den Enden, welche auf den Stützen ruhten, der Querdurchmesser sich vergrößerte.

Diese Veränderungen wurden noch augenscheinlicher, wenn die runden Blöcke nicht gut in die Enden der Röhre paßten.

Experiment Nr. VII.

Am 30. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 32 Fufs 8 Zoll lang, 2 Fufs äußerer Durchmesser und 31 Fufs $3\frac{1}{4}$ Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 11 Blechen = 1.05 Zoll, demnach Blechstärke
 $= \frac{1.05}{11} = 0.0954$ Zoll.

Gewicht der Röhre = 1007 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.04		23.90	Vom Anfang des Auflegens der Gewichte an wurde die Gestalt der Röhre verändert, doch wurde dieß erst merklich, nachdem 4160 lbs. aufgelegt worden waren.
1920	0.10		23.85	
3040	0.17		23.72	
4160	0.25	0.02	23.54	
5280	0.33	0.03	23.36	
6400	0.40	0.04	23.30	
7520	0.47	0.05	23.14	
8640	0.55	0.05	23.06	
9760				Brach an der untern Seite $13\frac{1}{2}$ Zoll vom Mittel der Röhre, indem sie wie vorher längs der Nieten hin rifs.

Größte Durchbiegung = 0.63.

Der Hauptmangel bei diesem Experimente ist, wie bei einigen vorhergegangenen, die geringe Festigkeit der Bleche an den genieteten Stößen.

Experiment Nr. VIII.

Am 30. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 34 Fufs $6\frac{1}{2}$ Zoll lang, 24.3 Zoll äußerer Durchmesser und 31 Fufs $3\frac{1}{4}$ Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 10 Blechen = 1.19 Zoll, demnach Blechstärke
 $= \frac{1.19}{10} = 0.119$ Zoll.

Gewicht der Röhre = 1385 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des Quer- durch- messers.	Bemerkungen.
800	0.05		24.10	Bis zum Gewichte von 4160 lbs. war der Mangel an Elasticität nicht merklich.
1920	0.15		24.05	
3040	0.20		24.00	
4160	0.27	0.03	23.86	
5280	0.33	0.04	23.80	
6400	0.40	0.05	23.75	Bei diesem Punkte nahmen die Seiten oder horizontalen Axen eine permanente Lage an.
7520	0.48	0.07	23.72	
8640	0.52	0.08	23.70	
9760	0.60	0.10	23.67	
10880	0.69	0.11	23.60	
12000	0.77	0.13	23.55	Brach an den Nietten 15 Z. vom Mittel, als dieses Gewicht an der Röhre hing.
12560	0.81	0.14	23.50	
13120	0.85	0.15	23.42	
13680	0.90	0.17	23.40	
14240				

Größte Durchbiegung = 0.93.

Derselbe Mangel an Festigkeit an den genieteten Stößen zeigte sich hier, wie in früheren Fällen. Alle bisher untersuchten Röhren waren in dieser Hinsicht mehr oder weniger mangelhaft, woraus die unbedingte Nothwendigkeit hervorging, die größte Sorgfalt auf Feststellung eines Principes zu verwenden, nach welchem Verbindungen dieser Art zu construiren sind.

Experiment Nr. IX.

Am 3. Juli 1845.

Cylindrische Eisenblechröhre, 32 Fufs $8\frac{1}{4}$ Zoll lang, 24.2 Zoll äußerer Durchmesser und 31 Fufs $3\frac{1}{4}$ Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 11 Blechen = 1.08 Zoll, demnach Blechstärke

$$= \frac{1.08}{11} = 0.098 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 1005 Zoll.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durch- biegung in Zollen.	Durch- biegung in Zollen nach Ent- fernung der Last.	Veränder- ungen des horizontalen Durch- messers.	Bemerkungen.
800	+		23.76	
1920	0.05	+	23.76	
3040	0.13	+	23.60	Bis zum Gewichte von 5280 lbs. fand keine Ver- änderung in der Trans- versalaxe statt.
4160	0.21	+	23.50	
5280	0.30	0.01	23.42	
6400	0.39	0.03	23.36	
7520	0.47	0.04	23.30	
8640	0.52	0.06	23.22	
9200	0.59	0.07	23.16	
9760	0.64	0.08	23.10	
10320	0.69	0.10	23.05	
10880				Brach wie vorher durch die Nietlöcher hindurch, 15 Zoll von der Trag- stange.

Größte Durchbiegung = 0.72.

Bei diesem Experimente zeigte sich derselbe Mangel an Festigkeit, wie bei den vorigen. Die Form ist offenbar unvollkommen und leistet gegen einen transversalen Druck wenig Widerstand. Das Zusammengehen der Seiten und die Masse von Material, welches die neutrale Axe umgiebt, sind sehr gegen diese Röhrenform. Ihre Festigkeit würde indess sehr vermehrt werden, wenn die Art des Nietens verbessert und die Bleche an der obern und untern Seite verstärkt würden.

Die Haupteinwendung gegen diese Art Röhren ist die Schwierigkeit, dieselben in gehöriger Form zu erhalten. Bei starker Belastung sind ihre Querschnitte nicht mehr Kreise, sondern Ellipsen; beim Querschnitte in der Mitte wird der verticale Durchmesser gröfser, an den Enden hingegen geringer. Die Formveränderung macht die Röhre zur Verdrehung geneigt, schwächt ihren Widerstand und macht sie untauglich zum Tragen der Last.

Experimente über die relative Festigkeit schmiedeeiserner elliptischer Röhren.

Experiment Nr. XIX.

Am 6. August 1845.

Elliptische Eisenblechröhre, 17 Fufs 11 Zoll lang, Verticalaxe 14.62 Zoll, Transversalaxe 9.25 Zoll und 17 Fufs zwischen den Stützen.

Dicke von 26 Blechen = 1.08 Zoll, demnach Blechstärke

$$= \frac{1.08}{26} = 0.0416 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 109 lbs.

Gewicht der Tragstange = 800 lbs.

Vertical- Durchmesser in Zoll	Transversal- Durchmesser in Zoll	Gewicht in lbs.
14.00	0.02	848
14.00	0.08	1744
14.00	0.16	2640

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
800	0.12	0.02	14.62		
1920	0.57	0.09	14.30		
2100	...	...	...	...	Zusammengedrückt an der oberen Seite, gerade als das ganze Gewicht daran hing.
Größte Durchbiegung = 0.607.					

Hier ist das brechende Gewicht bedeutend geringer als beim Experiment Nr. I mit einer cylindrischen Röhre von ziemlich demselben Gewichte und derselben Blechstärke.

Experiment Nr. XX.

Am 17. September 1845.

Elliptische Eisenblechröhre 25 Fufs 9 Zoll lang, Verticalaxe 21.66 Zoll, Transversalaxe 13.5 Zoll und 24 Fufs zwischen den Stützen.

Dicke von 9 Blechen = 1.18 Zoll, demnach Blechstärke = $\frac{1.18}{9}$ 0.1310 Zoll.

Gewicht der Röhre = 708 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
848	0.02	...	14.00		
1744	0.08	...	14.00		
2640	0.13	...	14.00		

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
3536	0.17		13.99		Bei dem Gewichte von 16528 lbs. verloren die Tragbalken das Gleichgewicht und die Gewichte fielen herunter. Sie wurden wieder in Ordnung gebracht und die Gewichte aufgelegt. Die Durchbiegung betrug dann 1.32, wie die Tabelle zeigt.
4432	0.22		13.85		
5328	0.28	0.020	13.79		
6224	0.34	0.025	13.67		
7120	0.39	0.040	13.61		
8016	0.45	0.045	13.60		
8912	0.51	0.060	13.55		
9808	0.58	0.080	13.46		
10704	0.64	0.100	13.40		
11400	0.71	0.125	13.36		
12496	0.80	0.154	13.25	0.05	
13392	0.90	0.200	13.20	0.10	
14288	1.00	0.240	13.15	0.15	
14736	1.05	0.275	13.10	0.24	
15184	1.13	0.300	13.04	0.26	Nachdem diese Last einige Sekunden lang aufgelegt hatte, riss die Röhre unten über die Oeffnung der Tragstange hinweg.
15631	1.20	0.360	12.96	0.31	
16080	1.27	0.390	12.94	0.37	
16528	1.32	0.400	12.82	0.38	
17076					

Größte Durchbiegung = 1.35.

Vom Anfange des Experiments bis zum Ende zeigte die Röhre große Steifheit und Festigkeit. Die Durchbiegung und die Abnahme der Elasticität erfolgte gleichmäßig mit der Gewichtsvermehrung, und als das letzte Gewicht von 17076 lbs. aufgelegt worden war, hörte man erst ein leises Geknister, ehe der Bruch erfolgte.

Experiment Nr. XXI.

Am 18. September 1845.

Elliptische Eisenblechröhre, 26 Fufs 3 Zoll lang, Verticalaxe 21.25 Zoll, Transversalaxe 14.12 Zoll, und 14 Fufs zwischen den Stützen.

Dicke von 17 Blechen = 1.17 Zoll, demnach Blechstärke

$$\frac{1.17}{17} = 0.688 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 357 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 848 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
848	0.04		13.62		
1731	0.09		13.26		
2580	0.13		13.12		
3436	0.17		12.77	0.05	
4289	0.22		12.57	0.06	
5146	0.28		12.32	0.10	
5986	0.34		12.02	0.20	
6834	0.40		11.72	0.25	
7714					Brach beim Auflegen dieses Gewichtes, indem der obere Theil zusammengebogen wurde. Wahrscheinlich würde das Mittel aus den beiden letzten Gewichten oder 7270 lb. einen Bruch erzeugt haben.

Größte Durchbiegung = 0.45.

Betrachtet man die Wirkungen, welche durch die schwereren Gewichte auf diese Röhre hervorgebracht wurden, und vergleicht sie mit den vorigen, so geht daraus hervor, daß Steifheit ein wichtiges Erforderniß bei dieser Art Röhren ist, um

die Zusammendrückung der Seiten durch die Gewichte zu verhüten. Diefes wird in der vierten Colonne der Tabelle streng nachgewiesen, nach welcher die Transversalaxe unter dem Einflusse eines grofsen Druckes von 13.62 bis 11.72 variirte, was ziemlich 2 Zoll Differenz ist.

Experiment Nr. XXII.

Am 18. September 1845.

Elliptische Eisenblechröhre mit einer Zelle an der obern Seite, 19 Fufs 8 Zoll lang, Verticalaxe 12 Zoll, Tansversalaxe $7\frac{1}{2}$ Zoll, und 18 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 16 Blechen = 1.17 Zoll, folg-

lich Blechstärke = $\frac{1.17}{16} = 0.0731$ Zoll.

Gewicht der Röhre = 232 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 848 lbs.



Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
848	0.125		7.50		Anfänglich gingen bei diesem Experimente die Formveränderungen stetig vor sich, worauf sie nach Auflegung von 6016 lbs. unregelmäßig wurden, wie die abermalige Zunahme der Horizontalaxe bis zu ihrer ursprünglichen Gröfse bei 6439 lbs. Gewicht beweist.
1728	0.200		7.46		
2601	0.300		7.45		
3469	0.400		7.44		
4324	0.510	+	7.35		
5178	0.625	0.04	7.33		
5598	0.700	0.08	7.32		
6016	0.780	0.10	7.44		Bei diesem Gewichte wurde die Zelle oben zusammengebogen, also war die obere Seite noch nicht fest genug.
6439	0.870	0.14	7.45		
6867					

Wiederholung dieses Experimentes nach Umkehrung der Röhre, also mit der Zelle unten.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
930	0.14	+	7.50		
2641	0.61	0.14	7.48		
4398	1.19	0.42	7.15		Einige Zeit bevor die untere Seite zerrifs, wurde die Form der obern Seite verändert.
4822	1.32	0.58	7.13		
5237	1.45	0.67	7.13		
5648					Brach durch Ausdehnung 22 Zoll vom Mittel, nachdem sie das Gewicht einige Secunden lang getragen hatte.
Größte Durchbiegung = 0.892.					

Da sämtliche Experimente mit elliptischen Röhren klare Beweise von geringer Festigkeit geben, so wurde es für räthlich erachtet, dieselbe durch Ansetzen einer flossenähnlichen Zelle (wie obige Skizze zeigt) an der obern Seite der Röhre zu vergrößern. Diefs entsprach jedoch nicht dem beabsichtigten Zwecke, da eine solche Röhre, wie man gesehen hat, bei einem Gewichte von 6867 lbs. der Zusammendrückung nachgab.

Daraus geht hervor, daß der Widerstand gegen das Zusammendrücken an der obern Seite, mit dem Drucke daselbst nicht im Verhältniß steht; und wenn man die Experimente mit elliptischen Röhren, soweit wie sie gemacht worden sind, übersieht, so muß man sie als untergeordnete und in Bezug auf die beste Form gegen bedeutenden transversalen Druck unzweifelhaft als unvollkommen betrachten.

Aus dem letzten Experimente geht hervor, daß die beiden Widerstände gegen Ausdehnung und Zusammendrückung nicht ausgeglichen sind, und daß, um Bruch durch Spannung zu erhalten, die Quantität des Materials an der obern Seite

nothwendigerweise vermehrt, sowie auch die Steifigkeit mehr als vorher vergrößert werden müsse.

In Bezug auf diesen Gegenstand schien es wünschenswerth, das Experiment mit einer oder mehreren Röhren von rectangulärer Form mit zellenförmiger Decke, nach der Skizze *A*, zu wiederholen, und die Decke in Form von zwei Zellen, wie bei *aa* gezeigt ist, zusammenzunieten.

Diese Zellen mußten die Festigkeit der Decke der Röhre beträchtlich vergrößern und die beiden Widerstände gegen Ausdehnung und Zusammenpressung auszugleichen suchen.

Diese Form wurde daher angenommen und in Hinsicht auf Festigkeit und Widerstand gegen grofse Lasten als außerordentlich befriedigend befunden.

Da man bei den elliptischen Röhren dieselbe Schwierigkeit hatte, die Form zu erhalten, wie bei den cylindrischen, so änderte man die elliptische Form in eine mit geraden Seiten und gekrümmtem Ober- und Untertheil, mit der Zelle an der obern Seite, wie bei *F*, um die Zusammendrückung an dieser Stelle zu verhindern.

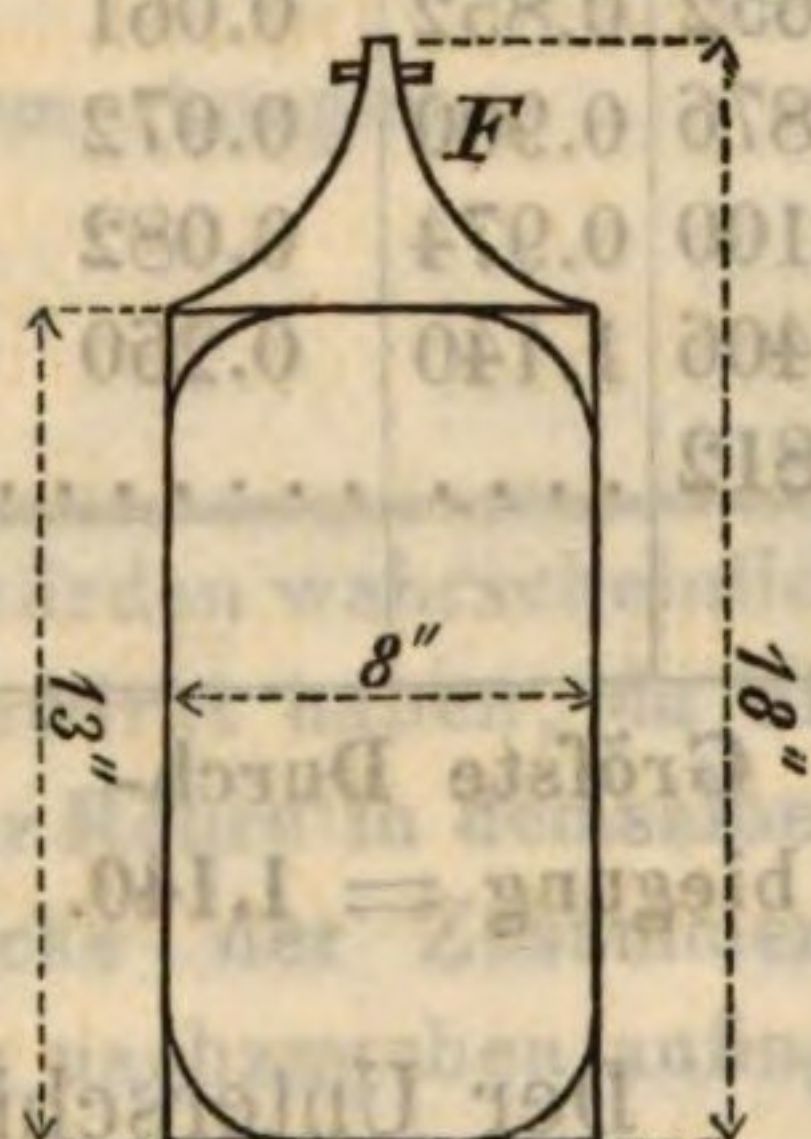
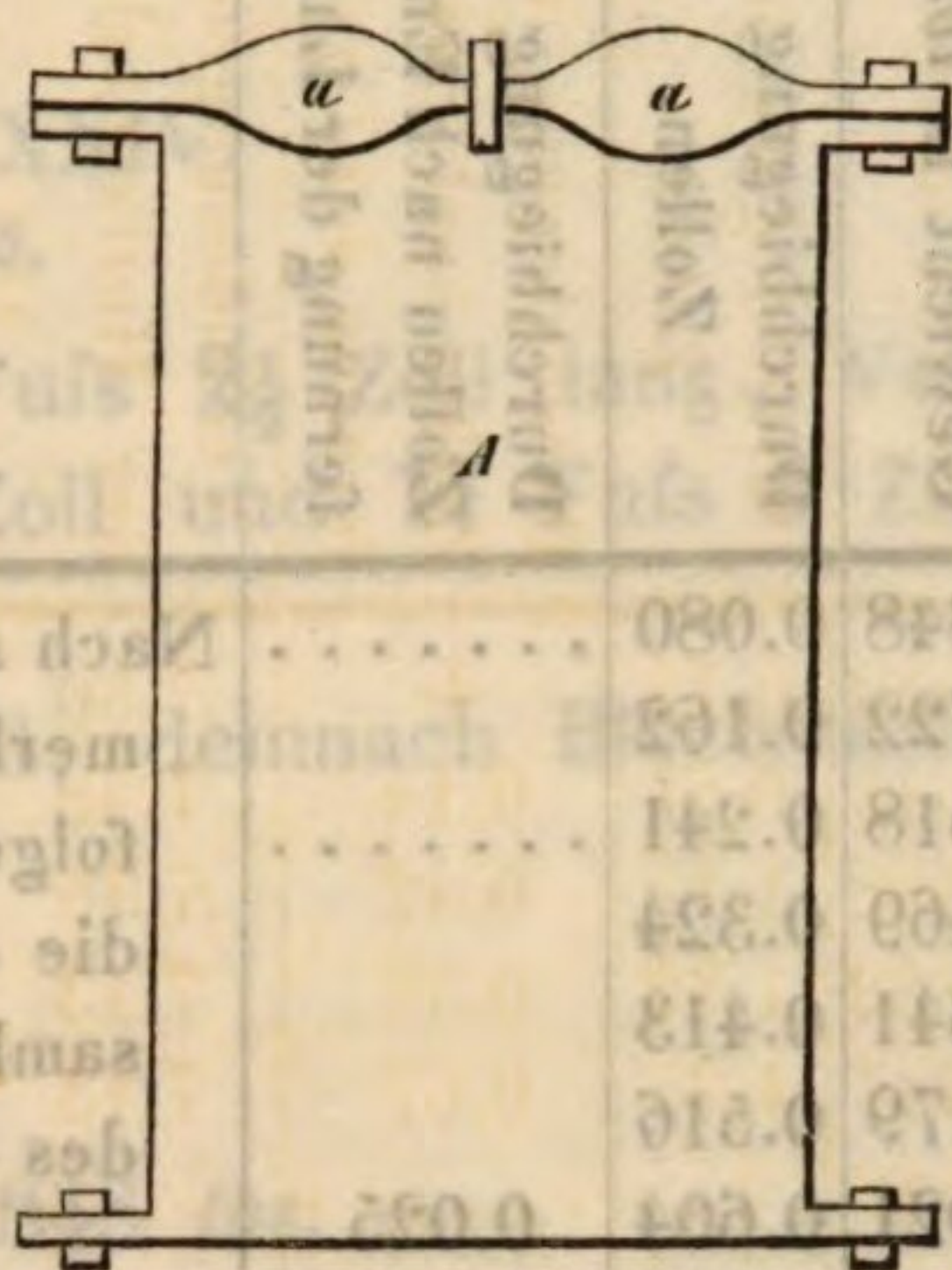
Die Resultate der Experimente mit dieser Röhre waren folgende:

Experiment Nr. XXIII.

Am 19 September 1845.

Rectanguläre Eisenblechröhre mit einer einzigen Zelle an der Decke und gekrümmter Ober- und Unterseite, 19 Fufs 1 Zoll lang, 13 Zoll hoch und 8 Zoll weit, und 18 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 17 Blechen = 1.095 Zoll, demnach Blechstärke = $\frac{1.095}{17} = 0.064$ Zoll.



Gewicht der Röhre = 267 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 848 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
848	0.080		Nach Auflegung von 7136 lbs. wurde die Zelle oben merklich verbogen; jedoch bewirkten die beiden folgenden Gewichte nicht viel Veränderung, und die obere Seite der Röhre, welche nun in Wirksamkeit trat, behielt ihre Form bei bis zum Bruche des Ganzen.
1722	0.162		
2518	0.241		
3469	0.324		
4341	0.413		
5179	0.516		
6021	0.604	0.025	
6867	0.723	0.034	
7316	0.798	0.050	
7540	0.830	0.057	
7652	0.852	0.061	Bei diesem Gewichte wurde die Oberseite der Röhre 3 Fuß vom Mittel zusammengebogen.
7876	0.900	0.072	
8100	0.974	0.082	
8406	1.140	0.260	
8812			
Größte Durchbiegung = 1.140.			

Der Unterschied in der Festigkeit einer elliptischen Röhre mit einer Zelle und der einer rectangulären mit ähnlicher Decke ist sehr gering. Da sie ziemlich gleiches Gewicht hatten und der Abstand der Stützen bei beiden derselbe war, so konnten sie mit Sicherheit verglichen werden, indem die erstere an der Decke bei einer Last von 6867 lbs. und die letztere auf dieselbe Weise bei einer Last von 8812 lbs. zusammenbrach.

Aus den beiden letzten Experimenten geht hervor, daß, bei Vergrößerung der Festigkeit der Decke, dafür gesorgt werden muß, daß dieselbe vollkommen flach bleibe, um das Material möglichst weit von der neutralen Axe zu concentriren;

dasselbe gilt auch vom Boden. Daraus folgt, dafs kein Träger, er mag hohl oder anders construiert sein, in einer spitzen Kante endigen darf, wie es in den beiden letzten Fällen dargestellt ist.

Experiment Nr. XXIV.

Am 19. September 1845.

Elliptische Eisenblechröhre, 18 Fufs $2\frac{1}{2}$ Zoll lang, Verticalaxe 15 Zoll, Transversalaxe $9\frac{3}{4}$ Zoll und 17 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Dicke von 9 Blechen = 1.29 Zoll, demnach Blechstärke

$$= \frac{1.29}{9} = 0.143 \text{ Zoll.}$$

Gewicht der Röhre = 374 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 848 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung in Zollen nach Entfernung der Last.	Veränderungen der Horizontalaxe.	Permanente Einbiegung in der Horizontalaxe.	Bemerkungen.
848	0.05		7.62		15000 lbs. würden wahrscheinlich Bruch bewirkt haben, da die Decke der Röhre in demselben Augenblicke der Zusammendrückung nachzugeben anfang, als der Boden zerrifs.
2137	0.14		7.62		
3448	0.22		7.62		
4737	0.31	0.040	7.58		
6012	0.40	0.045	7.54		
7327	0.49	0.057	7.52		
8580	0.58	0.071	7.51		
9870	0.69	0.110	7.50		
11180	0.82	0.158	7.49		
12461	0.96	0.240	7.48		
13755	1.16	0.340	7.42		Brach sogleich als das ganze Gewicht aufgelegt war.
14619	1.36	0.470	7.40		
15490					

Größte Durchbiegung = 1 45.

Das Vorstehende vervollständigt die Versuche mit elliptischen Röhren, und obgleich die elliptische Form der rectan-

gulären nachsteht, so waren die Resultate doch sehr belehrend. Es geht daraus hervor, daß fast jedesmal, wenn die Röhre eine Zelle auf der Decke hatte, die beiden Widerstände einander näher kamen, als bei cylindrischen oder rectangulären Röhren von gleicher Blechstärke. Bei diesen Experimenten, wie bei den andern allen, war die Decke fast allemal der schwächste Theil.

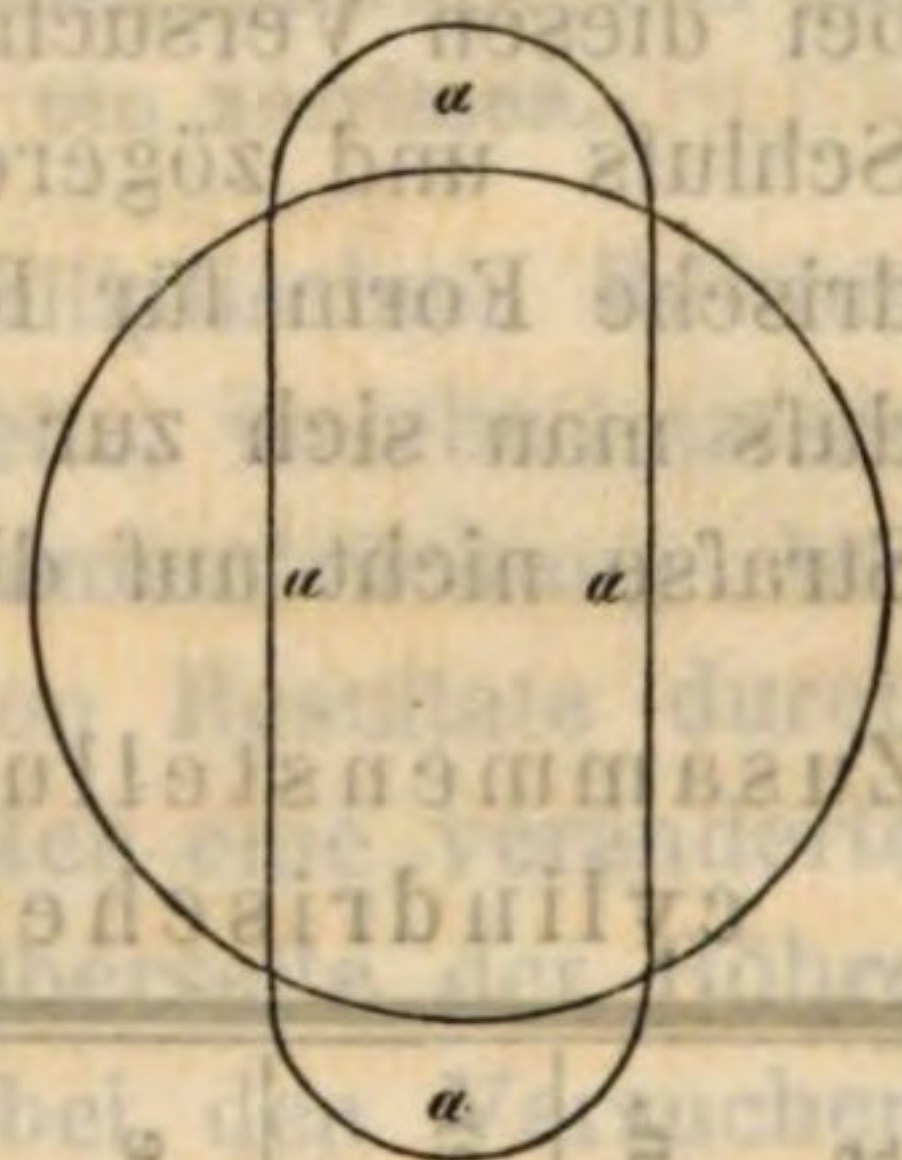
Betrachtungen über die angeführten Experimente.

Jeder horizontale Träger, welcher einem transversalen Drucke ausgesetzt wird, hat zweierlei wichtige Verrichtungen, nämlich die Ausübung des Widerstandes gegen die Zusammendrückung der obern Seite und gegen die Ausdehnung an der untern Seite. Der Charakter der Festigkeit bleibt derselbe, der Träger mag hohl oder solid sein, und jeder gut construirte Träger muß eine solche Form haben, welche den größten Widerstand gegen die Zusammendrückung einerseits und gegen das Zerreißen andererseits ausübt. Je weiter die einzelnen Theile, aus welchen der Träger zusammengesetzt ist, von der neutralen Axe abstehen, desto größer ist die Tragkraft. Um daher einem Träger von einer gegebenen Quantität Material den festesten Querschnitt zu geben, müssen die Widerstände gegen die Zusammendrückung und das Zerreißen nicht blos ins Gleichgewicht gebracht, sondern das Material muß auch an der obern und untern Seite des Querschnitts, wo die Festigkeit am meisten in Anspruch genommen wird, angehäuft werden, während die Seiten nur die Verbindung zwischen beiden herstellen. Die cylindrische Form, welche eine so große Menge Material in der Nähe der neutralen Axe hat, ist daher als Widerstand gegen einen großen transversalen Druck nicht geeignet. Derselbe Einwand, obgleich in geringerem Grade, ist gegen elliptische Röhren zu machen.

Betrachtet man die Tabellen, so findet man, daß neun verschiedene Experimente mit cylindrischen Röhren angestellt

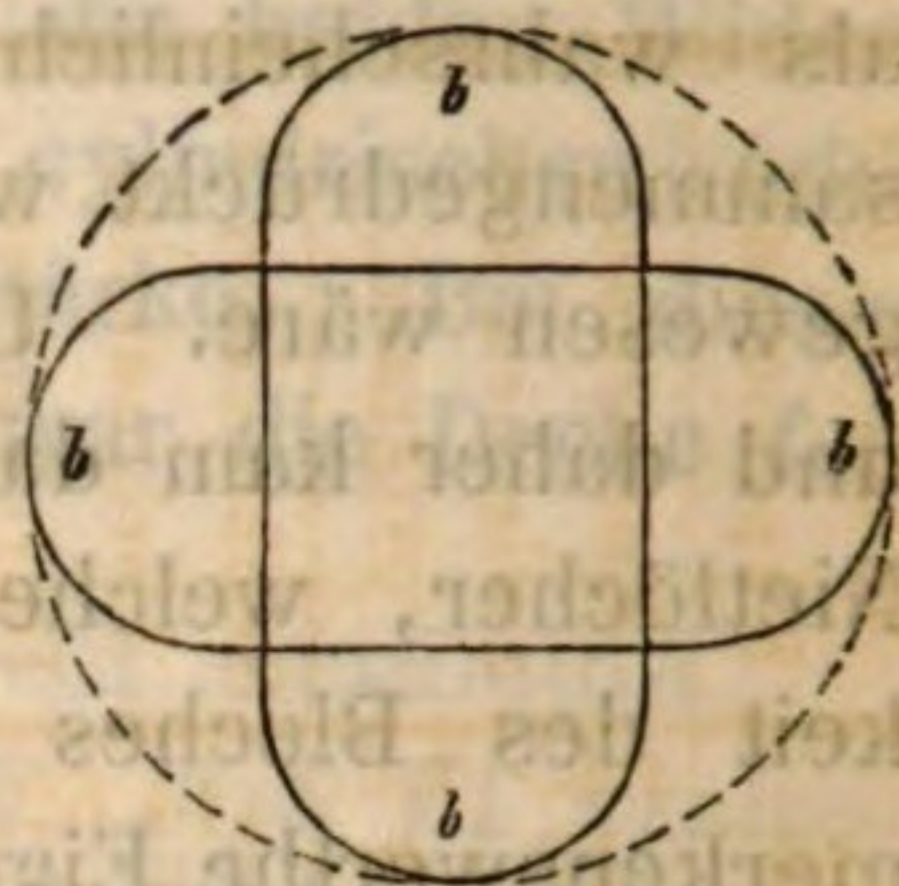
wurden. Bei sieben derselben erfolgte ein Zerreißen an den Nieten und bei zweien eine Zusammendrückung. Es ist mehr als wahrscheinlich, daß sämtliche an der Oberseite zusammengedrückt worden wären, wenn die Nietung dauerhafter gewesen wäre. Unglücklicherweise war dieß nicht der Fall, und daher kam das Zerreißen an der untern Seite durch die Nietlöcher, welche wegen ihrer Menge und Nähe die Festigkeit des Bleches bedeutend vermindert hatten. Eine bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit bei diesen Experimenten war jedoch die Verdrehung der Röhren unter großem Drucke. Bei der Hälfte der brechenden Last wurden die Seiten eingebogen, und ehe drei Viertel derselben daran hing, bildete der Mittel-Querschnitt eine Ellipse, welche mit der Last zunahm, bis der Bruch erfolgte.

Diese Verdrehungen traten namentlich bei Röhren von dünnem Bleche deutlich hervor, und bei einigen dieser Experimente wurden die Seiten so sehr eingebogen, daß sie in der Mitte fast eine gerade Linie bildeten, während die obere Seite sich hob und die untere sich senkte, und also die Form *a, a, a, a* der nebenstehenden Figur entstand. Diese Formveränderung machte es fast unmöglich, die Durchbiegung zu bestimmen, welche in beiden Richtungen schnell zunahm und die Verdrehungen in einem solchen Grade vergrößerte, daß die Röhre zu dem beabsichtigten Zwecke gänzlich untauglich wurde.



Eine andere Störung entstand aus der Unsicherheit, mit welcher die Enden der Röhre auf den Unterstützungen ruhten, und welche viel zur Formveränderung der Röhre beitrug, wenn die Gestalt nicht durch ein Stück Holz, das dicht in jedes Ende paßte, erhalten wurde. Die Entfernung dieser Holzblöcke während der Belastung der Röhre bewirkte eigenthümliche Verdrehungen derselben; beide Enden wurden horizontal abgeflacht und die Mitte in verticaler Richtung verlängert, so daß zwei elliptische Querschnitte entstanden, was

in der Zeichnung bei b, b, b, b etwas übertrieben dargestellt ist, um die Unzulänglichkeit cylindrischer Röhren zur Unterstützung großer transversal wirkender Lasten nachzuweisen. Einige der stärkeren Röhren, wenn sie aus stärkerem Bleche zusammengesetzt waren, zeigten zwar größere Festigkeit, doch nicht mehr, als verhältnißmässig wegen der grössern Stärke und Steifigkeit erwartet werden konnte.



Betrachtet man sämtliche Experimente mit cylindrischen Röhren, so ergiebt sich aus der Pressung, welcher alle Theile unterworfen sind, daß sich dieselben zur Stützung großer transversal wirkender Lasten nicht eignen. Die Form sowohl, als die Vertheilung des Materials ist mangelhaft und bietet daher zu einem solchen Zwecke nicht die gehörige Sicherheit dar. Aus diesen Thatsachen und mit Berücksichtigung aller bei diesen Versuchen vorgekommenen Umstände ziehe ich den Schluss und zögere nicht, es auszusprechen, daß die cylindrische Form für Röhren außerordentlich mangelhaft ist, und daß man sich zur Herstellung der Eisenbahn über die Menai-Straße nicht auf dieselbe verlassen könnte.

Zusammenstellung der aus den Experimenten mit cylindrischen Röhren erhaltenen Resultate.

Entfernung zwischen den Stützen.		Durchmesser in Zollen.	Blechstärke in Zollen.	Größte Durchbiegung in Zollen.	Brechendes Gewicht in Pfund.	Bemerkungen.
Fufs.	Zoll.					
17	0	12.18	0.0408	0.39	3040	Zerdrückt an der Oberseite.
17	0	12.00	0.0370	0.63	2704	Desgl.
15	7½	12.40	0.1310	1.29	11440	Zerrissen an der Unterseite.
23	5	18.26	0.0582	0.56	6400	Desgl.
23	5	17.68	0.0631	0.74	6400	Desgl.
23	5	18.18	0.1190	1.19	14240	Desgl.
31	3¼	24.00	0.0954	0.63	9760	Desgl.
31	3¼	24.30	0.13501	0.95	14240	Desgl.
31	3¼	24.20	0.0954	0.74	10880	Desgl.

Zusammenstellung der aus den Experimenten mit elliptischen Röhren erhaltenen Resultate.

Nummer des Experiments.	Entfernung zwischen den Stützen.		Senkrechter u. horizontaler Durchmesser.	Blechstärke in Zollen.	Größte Durchbiegung in Zollen.	Brechendes Gewicht in Pfunden.	Bemerkungen.
	Fufs.	Zoll.					
19	17	0	{14.62 9.25}	0.0416	0.62	2100	Zerdrückt an der Oberseite.
20	24	0	{21.66 13.50}	1.1320	1.36	17076	Zerrissen an der Oberseite.
21	24	0	{21.25 14.12}	0.0688	0.45	7270	Zerdrückt an der Oberseite.
22	18	6	{12.00 7.50}	0.0775	0.95	6867	Zerdrückt an der Oberseite. Diese Röhre hatte oben eine Zelle.
24	17	6	{15.00 9.75}	0.1430	1.39	15000	Oben zerdrückt und unten zerrissen.

Bei sämtlichen Experimenten mit elliptischen Röhren zeigte sich geringe Festigkeit an der Oberseite, welche letztere beinahe in allen Fällen durch die Zusammendrückung bedeutend verdreht wurde. Die regelwidrigen Resultate durch Zusammendrückung der Oberseite, veranlafsten eine veränderte Form, indem eine hohle Zelle längs der Oberseite der Röhre angenietet wurde. Diefs wurde in der bei den Versuchen Nr. XVI und XVII beschriebenen Weise gethan, jedoch ohne Erfolg, da die Oberseite immer noch sehr schwach war und bei den Experimenten durch Zusammenbiegen nachgab. Bei den elliptischen Röhren fanden auch, ehe das brechende Gewicht aufgelegt wurde, bedeutende Verdrehungen statt.

Die angestellten Experimente lehren, dafs ziemlich sämtliche Röhren verhältnifsmässig schwach waren, was größtentheils in der mangelhaften Form und theilweise in der Schwächung der Bleche durch ein unzweckmäßiges, von den Arbeitern eingeführtes Nietsystem seinen Grund hatte. Diese Mängel wurden in den nächstfolgenden Experimenten mit rectangulären Röhren vermieden und grofse Sorgfalt darauf

verwendet, daß die Verbindungen möglichst eben so fest wurden, wie die Bleche.

Die folgenden Experimente sind nicht nur für sich höchst interessant, sondern schliessen auch praktische Betrachtungen von hoher Wichtigkeit für das künftige Interesse der civilisirten Menschheit in sich. Diese Experimente zeigen, daß die rectanguläre Form für hohle schmiedeeiserne Träger viel mehr relative Festigkeit besitzt als irgend eine andere Form, vorausgesetzt, daß der Querschnitt so angeordnet und vertheilt ist, daß die größte Festigkeit mit der geringsten Menge von Material erzielt wird.

Experimente über die relative Festigkeit rectangulärer schmiedeeiserner Röhren.

Experiment Nr. XIV.

Am 31. Juli 1845.

Rectanguläre Röhre, 18 Fufs 6 Zoll lang, 9.6 Zoll im Quadrat und 17 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.05}{14} = 0.075$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.04}{14} = 0.0743$ „

„ der Seiten $\frac{1.04}{14} = 0.0743$ „

Gewicht der Röhre = 202 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 938 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.	Durchbiegung in Zollen.	Gewichte in lbs.
938	0.17			0.07	960
2058	0.55			0.16	1854
3178	0.96			0.25	2717
3738			Gab der Zusammendrückung nach, indem sich die Decke in Falten bog und die Seiten dicht dabei auseinander gingen.	0.35	3683
Größte Durchbiegung = 1.12.				0.40	5310
				0.55	6180
				0.73	7017
				0.84	7850

Die geringe Festigkeit dieser Röhre, welche schon einem Gewichte von 3738 lbs. nachgab, veranlafste eine andere Anordnung der Bleche, indem noch ein zweites, ziemlich dreimal so starkes Blech, vorgerichtet und an die Decke genietet wurde. Die Bodenplatte wurde an den Stößen auch verstärkt, und nachdem die verletzten Theile wiederhergestellt waren, wurde die Röhre wieder geprüft, wie folgt:

Experiment Nr. XIV^a wiederholt.

Am 9. October 1815.

Rectanguläre Röhre, 18 Fufs 6 Zoll lang, 9.6 Zoll im Quadrat und 17 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.26}{5} = 0.252$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.05}{14} = 0.075$ „

„ der Seiten $\frac{1.04}{14} = 0.074$ „

Gewicht der Röhre = 384 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 960 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Durchbiegung in Zollen.	Gewichte in lbs.
960	0.07				0.17	938
1854	0.16				0.32	2038
2717	0.25				0.46	3178
3568	0.35				0.60	3738
4441	0.45	0.07				
5310	0.55	0.10				
6180	0.67	0.11				
6180	0.73		Dieses Gewicht wurde noch einmal aufgelegt, weil sich die Röhre etwas gedreht hatte.			
7017	0.84	0.14				
7427	0.94	0.20				
7859	1.07	0.29				
8273			Zerrifs an einer Fuge des Bodens, 11 Zoll von der Tragstange ab, wo das Blech geschwächt worden war.			
Größte Durchbiegung = 1.10.						

Durch Vermehrung des Materials an der Decke der Röhre wurde hier mehr, als die doppelte Festigkeit erreicht; dabei zeigte sich, daß faßrige Substanzen, wie Schmiedeeisen, wegen größerer Dehnbarkeit leichter zerdrückt als zerrissen werden können. Dieses Gesetz wird durch die folgenden Experimente bestätigt.

Experiment Nr. XV.

Am 31. Juli 1845.

Rectanguläre Röhre, 18 Fufs 6 Zoll lang, 9.6 Zoll im Quadrat und 17 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.06}{14} = 0.0757$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.14}{8} = 0.142$ „

Blechstärke der Seiten = 0.0757 Zoll.

Gewicht der Röhre = 255 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 988 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
988	0.16		Bei diesem Experimente zeigte sich nur geringe Festigkeit, wie bei dem ersten.
2108	0.45	0.05	
3228	0.80	0.09	
3788			Bei diesem Gewichte faltete sich die Decke 2 Fufs 6 Zoll von der Tragstange aus nach der einen Seite und 6 Zoll von da nach der andern Seite. Steifigkeit scheint nöthig zu sein, um der Neigung zum Faltenbiegen zu widerstehen.
Größte Durchbiegung = 0.94.			

Nachdem eine starke Platte von 2 Fufs 7 Zoll Länge, 11 Zoll Breite und 1.1 Zoll Stärke auf der Decke befestigt worden war, um dieselbe steifer und die Bodenplatte wirksamer zu machen, wurde das Experiment wiederholt. Das Resultat war jedoch unwichtig, bis die Röhre umgedreht wurde und das starke Blech nach oben kam. Diefs bewirkte eine wichtige Veränderung, wie folgendes Experiment zeigt.

Experiment Nr. XV^a.

Am 31. Juli 1845.

Rectanguläre Röhre, dieselbe wie zuvor. Die Röhre umgedreht mit der stärkeren Seite nach oben.

Blechstärke der Decke $\frac{1.14}{8} = 0.142$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.06}{14} = 0.0757$ „

„ der Seiten $\frac{1.06}{14} = 0.0757$ „

Gewicht der Röhre = 255 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 988 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
988	0.17		Die Durchbiegung und die Elasticität sind bei diesem Experimente viel gröfser als bei irgend einem früheren.
2108	0.50	0.07	
3228	0.78	0.14	
3788	0.90	0.18	
4348	1.05	0.20	
4908	1.21	0.26	
5468	1.37	0.32	
6028	1.54	0.40	
6588	1.75	0.50	
7148			

Größte Durchbiegung = 1.76.

Wenn man die Resultate der letzten beiden Experimente mit den in Nr. XIV und XIV^a erhaltenen vergleicht, so findet man die Verhältnisse der Decke und der Seiten sehr verschieden. Jedoch in beiden Fällen erhielt man bei Umkehrung der Röhre mit der starken Seite nach oben, die doppelte oder ziemlich die doppelte Festigkeit. Daraus folgt, dafs, um den Querschnitt der größten relativen Festigkeit zu erhalten, die Decke einer Röhre bedeutend stärker sein mufs als der Boden. Diese Thatsache wird durch jedes folgende Experiment, so wie durch die vorigen bestätigt, denn die Röhre gab sehr bald der Zusammendrückung nach, wenn sie nicht durch stärkere Platten an der Decke gesichert worden war.

Experiment Nr. XVI.

Am 1. August 1845.

Rectanguläre Röhre, 18 Fufs 6 Zoll lang, 18.25 Zoll hoch, 9.25 Zoll breit und 17 Fufs 6 Zoll zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.340}{9} = 0.1490$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.345}{5} = 0.2690$ „

„ der Seiten $\frac{0.950}{16} = 0.0594$ „

Gewicht der Röhre = 317 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 988 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
988	0.15		
2108	0.30		
3228	0.44	0.05	
4348	0.60	0.07	
5468	0.70	0.10	
6588	1.00	0.22	
6812			Bei dieser Last wurde die Decke 18 Zoll seitwärts von der Tragstange wellenförmig gebogen, nachdem die Last ungefähr eine Minute lang von der Röhre gehalten worden war.
Größte Durchbiegung = 1.03.			

Nachdem die durch dieses Experiment defect gewordene Decke der Röhre ausgebessert worden war, wurde letztere umgedreht und das Experiment wiederholt.

Bei den meisten Experimenten erfolgte der Bruch langsam fortschreitend, eine Eigenthümlichkeit, welche den Röhren von Eisenblech innezuwohnen scheint, insbesondere, wenn sie der Zusammendrückung nachgeben. Unter dieser Art von Druck geschieht die Zerstörung nie augenblicklich, wie beim Gufseisen, sondern geht nach und nach vor sich, während das Material bisweilen ein knisterndes Geräusch von sich giebt,

ehe das Experiment vollendet ist und der gänzliche Bruch erfolgt.

Experiment Nr. XVI^a.

Am 1. August 1845.

Die vorige Röhre umgedreht, die stärkere Seite nach oben.

Blechstärke der Decke $\frac{1.345}{5} = 0.2690$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.340}{9} = 0.1490$ „

„ der Seiten $\frac{0.950}{16} = 0.0594$ „

Gewicht der Röhre = 317 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 988 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
988	0.08		
2108	0.30		
3228	0.42	0.03	
4348	0.55	0.10	
5468	0.70	0.15	
6588	0.80	0.20	
7708	0.92	0.24	
8828	1.10	0.30	
9948	1.30	0.31	
10508	1.35	0.32	
11068*	1.45	0.40	* Am 2. August. — Das Gewicht von 11068 lbs. wurde auf der Röhre von $\frac{1}{2}$ 4 Uhr Nachmittags bis den folgenden Tag $\frac{1}{2}$ 10 Uhr Vormittags gelassen, wobei die Durchbiegung von 1.45 auf 1.60 stieg.
11068*	1.60	0.50	* Das Experiment wurde fortgesetzt, nachdem diese Last 18 Stunden lang aufgelegt hatte.
11628	1.65	0.53	
12188			
Größte Durchbiegung = 1.73.			

Bei einer Last von 12188 lbs. gab die Röhre an zwei Fugen der Decke, 3 Fufs von der Tragstange, nach. Zu gleicher Zeit bog sich eine Seite nach Innen und die andere bekam eine Neigung dazu; die obere Seite faltete sich an den Fugen in Form eines S.

Experiment Nr. XVI^b.

Am 20. September 1845.

Da die Decke immer noch der Zusammendrückung nachgab, so wurde ein stärkeres Blech an dieselbe angenietet; über die Fuge des Bodens wurde ein stärkeres Blech genietet, um dort ein endliches Zerreißen zu bewirken. Hierauf wurde das Experiment wiederholt.

Entfernung zwischen den Stützen wie vorher, 17 Fufs 6 Zoll.

Gewicht der Tragvorrichtung = 960 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
960			
2697	0.09		
4426	0.16		
6173	0.25		
7859	0.34		
9555	0.42		
11262	0.60	0.07	
12107	0.65	0.14	
12990	0.72	0.15	
13867			Nachdem dieses Gewicht einige Minuten lang aufgelegt hatte, brach die Röhre, indem an einer Fuge der obern Seite, 3 Fufs 8 Zoll von der Tragstange, das Blech an der Nietung zerrifs.
Größte Durchbiegung = 0.76.			

Die große Festigkeit, welche bei den letzten Experimenten durch Vermehrung des Materials an der obern Seite der Röhre

hervorgebracht worden war, veranlafste eine weitere Ausdehnung der Versuche, jedoch mit einigen kleinen Modificationen der Form, um das Princip, welches die vorhergehenden Versuche angedeutet hatten, bestimmter hervortreten zu lassen. Zu diesem Zwecke wurde ein hohler, 25 Fufs langer und 15 Zoll hoher Träger von folgenden Dimensionen hergestellt und der Prüfung unterworfen.

Experiment Nr. XVII^a.

Am 2. August 1845.

Rectangulärer hohler Träger, 25 Fufs $1\frac{1}{4}$ Zoll lang, 15 Zoll hoch, $2\frac{1}{4}$ Zoll breit, mit 24 Fufs lichter Weite zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.300}{5} = 0.260$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.300}{5} = 0.260$ „

„ der Seiten $\frac{1.180}{9} = 0.131$ „

Gewicht des Trägers = 788 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
800	0.07		Die Elasticität ist fast vollkommen bis zum Gewicht von 8640 lbs.
1920	0.20		
3040	0.33		
4160	0.50		
5280	0.60		
6400	0.70		
7520	0.83		
8640	0.95	0.07	
9760	1.20	0.15	
10880	1.35	0.20	

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
12000	1.50	0.25	
13120			Als das Gewicht aufgelegt war, zerrifs die solide Platte am Boden, 7 Zoll von der Tragstange.
Größte Durchbiegung = 1.613.			

Da beim Zerreißen im Bleche ein Rifs bemerkt wurde, welcher durch unvollkommene Schweissung entstanden war, so wurde eine stärkere Platte von 14 Zoll Länge und ein Viertel Zoll Stärke über diesen Rifs genietet und das Experiment wiederholt.

Experiment Nr. XVII.

Am 4. August 1845.

Dieselbe rectanguläre Röhre wie zuvor.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
5280	0.65	0.08	
6460	0.77	0.15	
7520	0.90	0.18	
8640	1.05	0.23	
9760	1.20	0.30	
10880	1.31	0.21	
12000	1.46	0.21	
13120	1.60	0.21	
14240	1.75	0.60	Der Mangel an Elasticität wurde aus irgend einer unbekannten Ursache nicht deutlich angezeigt, bis das Gewicht von 14240 lbs. wieder emporgehoben worden war, worauf die permanente

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
			Durchbiegung zu 0.60 gefunden wurde. Wahr- scheinlich mochte dieß in irgend einer ungleich- mäßigen Dehnung seinen Grund haben.
14800	2.11	0.62	
15360	2.17	0.62	
15920	2.28	0.68	
16480	2.36	0.74	
17040	2.38	0.80	
17600			Bei diesem Gewichte wurde die obere Seite zu- sammengedrückt.
Größte Durch- biegung = 2.66.			

Da diese Art Träger eine bedeutende Festigkeit hatten, so wurde es für räthlich erachtet, dieselbe noch weiter zu prüfen und das Gewicht von 14240 lbs. während der Nacht darauf zu lassen. Dieß fand 17 Stunden lang statt, worauf die Last entfernt wurde. Die Durchbiegung war während dieser Zeit von 1.75 auf 2.00, also um 0.25 gestiegen und der Verlust an Elasticität betrug $0.60 - 0.30 = 0.3$.

Der Träger hatte während der beiden letzten Experimente durch den starken Druck, welchem er ausgesetzt worden war, sehr gelitten. Um das regelwidrige Verbiegen, welches stets stattgefunden hatte, zu vermeiden, wurde es für zweckmäßig befunden, den Träger umzudrehen, mit der breiten Flange nach oben. Nachdem der verletzte Theil wieder hergestellt und ein starkes, 19 Zoll langes Blech darauf genietet worden war, wurde das Experiment mit umgekehrter Röhre gemacht, wie folgt:

Experiment Nr. XVII^b.

Am 5. August 1845.

Dieselbe rectanguläre Röhre wie zuvor, jedoch umge-
dreht mit der schmalen Flange unten.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
9760	1.40	0.38	Die Durchbiegung unter Gewicht mußte zu 1.40 addirt und die permanente Durchbiegung von 0.38 subtrahirt werden.
10880	1.65	0.50	
12000	1.83	0.59	
13120	2.03	0.69	
14240	2.30	0.84	
15360	2.49	0.97	
15920			Als das Gewicht aufgelegt worden war, zerrifs das Blech des Bodens 6 Zoll vom Mittel der Tragstange.

Größte Durchbiegung = 2.58.

Da die breite Flange sich oben befand, so war zu erwarten, daß die Röhre reißen würde, was auch der Fall war; aber das Blech ging an den Nieten einer Fuge, in einiger Entfernung vom Mittel entzwei. Diese Fugen waren bei den früheren Experimenten sehr gedehnt worden, und es erklärt sich hieraus der Bruch durch ein verhältnißmäßig geringes Gewicht.

Experiment Nr. XXV.

Am 20. September 1845.

Nachdem die Träger der größeren Gattung auf verschiedene Art geprüft worden waren, wurden auch kleinere in derselben Weise behandelt, wie folgt:

Rectanguläre Träger von 12 Fufs Länge, 8 Zoll Höhe, 1 Zoll Breite und 11 Fufs zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{1.41}{5} = 0.282$ Zoll.

„ des Bodens $\frac{1.16}{10} = 0.116$ „

„ der Seiten $\frac{1.01}{15} = 0.067$ „

Gewicht der Röhre = 125 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 930 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
930	0.06		
1780	0.11		
2630	0.16		Als das Gewicht von 9974 lbs. aufgelegt worden war, gaben die Enden wegen der außerordentlich geringen Blechstärke auf den Stützen nach. Es wurden daher zwei Stücke hartes Holz zwischen die Seitenwände gesteckt, welche diese gerade erhielten und weitere Biegungen derselben verhinderten.
3516	0.21		
4382	0.26		
5214	0.32		
6105	0.37	0.010	
6543	0.41	0.012	
6996	0.44	0.035	
7433	0.47	0.040	
7861	0.51	0.050	
8273	0.54	0.058	
8693	0.58	0.075	
9107	0.62	0.097	
9545	0.67	0.118	
9974	0.74	0.150	
10386	0.87	0.243	
10827	1.06	0.325	
11254			Bei dieser Last wurde die Decke 4 Zoll von der Tragstange ab zusammengebogen. Da die Decke sich am schwächsten zeigte, so wurde der Träger umgedreht und ein Gewicht von 6113 lbs. darauf gelegt, um den zusammengedrückten Theil wieder gerade zu biegen.
Umgedrehter Träger.			
6113	0.51	0.10	
6549	0.60	0.13	
6978	0.74	0.23	
7146			Bei dieser Last wurde die Decke aufwärts gebogen.
Größte Durchbiegung = 0.75.			

Obgleich dieser Träger sehr schwache Seiten und eine ziemlich starke Decke hatte, so gab dieselbe doch der Zusammendrückung nach. Als die starke Seite oben war, zeigte er bedeutende Tragkraft, welche bis auf 12500 lbs. gestiegen sein würde, wenn die Decke etwas mehr Material erhalten hätte.

Während des Fortschreitens der Experimente hatte Fairbairn häufige Unterredungen mit Herrn Stephenson, dem er von Zeit zu Zeit die erhaltenen Resultate und den Eindruck, den sie auf ihn gemacht hatten, mittheilte; derselbe rieth in Folge dessen zu einer ganz verschiedenen Form, um wo möglich auch die Decke der Röhre, sowie den Boden, der Ausdehnung auszusetzen. Durch diesen Vorschlag wurde beabsichtigt, das regelwidrige Zusammenfallen und die Tendenz dazu, die fast immer bei gewalztem Eisenbleche vorhanden ist, möglichst zu vermeiden*). Jener Vorschlag hatte noch den Zweck, den durch das eigne Gewicht der Röhre oder durch die Last erzeugten Druck auf die Mitte der Röhre dadurch zu vermindern, daß dieselbe über die Stützen hinaus auf jeder Seite um die halbe Spannweite verlängert werden sollte. Dieses jenseits der Pfeiler angebrachte Gewicht sollte als Gegengewicht zur Unterstützung des mittleren Theiles der Röhre wirken und während des Durchganges der Züge durch die Röhre die Last tragen helfen. Zu diesem Zwecke wurde eine Röhre nach der beschriebenen Form angefertigt.

Experiment Nr. XVIII^a.

Am 3. August 1845.

Rectanguläre Röhre von 37 Fufs 8 Zoll Länge, $7\frac{1}{2}$ Zoll Breite, 13.25 Zoll Höhe in der Mitte und 17.25 Zoll an den Stützen, und 18 Fufs lichter Weite zwischen den Stützen.

*) Es ist beinahe unmöglich, Blech so zu walzen, daß alle Theile sich gleichmäfsig dehnen. Fast jede Blechplatte hat mehr oder weniger Falten, und es erfordert nicht wenig Geschicklichkeit, diejenigen Theile, welche durch gröfsere Dehnbarkeit die Falten verursachen, auszufinden und diese zu ebenen. Die ungleiche Dehnbarkeit der Bleche liegt wahrscheinlich zum grofsen Theile in der ungleichmäfsigen Zusammenziehung beim Abkühlen, sowie auch in der verschiedenen Temperatur der Walzen, zwischen welchen die Bleche gewalzt werden.

Blechstärke der Decke $\frac{1.140}{8} = 0.1425$ Zoll.
 " des Bodens $\frac{1.140}{8} = 0.1425$ "
 " der Seiten $\frac{1.240}{11} = 0.1127$ "
 Gewicht der Röhre = 640 lbs.
 Gewicht der Tragvorrichtung = 800 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
805	0.09		
1920	0.20	0.02	
3040	0.32	0.05	
4160	0.45	0.09	
5280	0.59	0.16	
6400	0.71	0.19	
7520	0.84	0.22	
8640	0.99	0.27	
9760	1.18	0.32	
10880			Bei diesem Gewichte bog sich die Decke empor, 1 Fuß 6 Zoll seitwärts von der Tragstange.
Größte Durchbiegung = 1.31.			

Nachdem die Decke der Zusammendrückung nachgegeben hatte, wurden die Gewichte weggenommen, die Röhre durch zwei eiserne Querträger, welche durch dieselbe hindurchgingen, unterstützt, die zeitherigen Unterlagen niedriger gemacht und dann die Gewichte wieder aufgelegt.

Diese Gewichte brachten in der Richtung der Kraft keine Veränderung hervor, indem die Decke wieder nach oben gedrückt wurde und zwar mehr als zuvor und mit größerer Verdrehung der Seitenwände, welche diagonal an jeder Seite der Tragstange eingebogen wurden.

Bei diesem Experimente fand längs der Decke wahrscheinlich ein gewisser Grad von Ausdehnung statt, da mit dem Auflegen der Gewichte das äußerste Ende der Röhre sich mit ziemlicher Kraft emporhob. Die Eigenthümlichkeit, daß durch das Gewicht das Ende bis über die Stützen gehoben wurde, zeigte sich sehr augenscheinlich, als das ganze Gewicht von 10300 lbs. aufgelegt worden war. In der Mitte wurde jedoch dadurch nichts geändert, denn dieser Theil wurde durch Zusammendrückung aufwärts gebogen und äußerte sich ebenso, wie ein einfacher Träger. Diese Erscheinungen zeigten, daß die beiden Enden, wenn sie um die halbe Länge zwischen den Stützen über diese hinausgehen, als Gegengewicht wirken und nicht bloß die Richtung des Druckes an der Decke ändern, sondern auch den Druck auf den Boden verringern, welcher außerdem die ganze Last tragen mußte. Daraus ergiebt sich die Folgerung, daß die Röhre in ihrer ganzen Gröfse bedeutend mehr tragen würde, wenn man ihre Länge auf den beiderseitigen Landpfeilern vergrößerte, was bei der Britannia-Brücke die halbe Spannweite sein würde.

Um hierüber mehr in Klarheit zu kommen, wurde der verletzte Theil durch Aufnieten eines zweiten Bleches von derselben Stärke über die obere Seite wieder hergestellt und das Experiment wiederholt.

Experiment Nr. XVIII wiederholt.

Am 10. August 1845.

Rectanguläre Röhre wie zuvor.

Blechstärke der Decke = 0.2850 Zoll.

„ des Bodens = 0.1425 „

„ der Seiten = 0.1127 „

Entfernung zwischen den Stützen 18 Fufs.

Die Experimente mit so geformten Röhren sind vielleicht um so interessanter, weil sie gewisse Mängel in der Form

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
7520	0.68		
8640	0.84	0.04	
9760	0.99	0.10	
10880	1.15	0.16	
12000	1.31	0.25	Beim Gewichte von 12000 lbs. bogen die Seiten etwas ein, was eine Tendenz zum Aufwärtsbiegen der Decke andeutete.
12560	1.40	0.32	
13120	1.64	0.42	
13680			Zusammengedrückt wie vorher, indem die Decke 13 Zoll von der Tragstange ab sich zusammenbog.

Größte Durchbiegung = 1.71.

Betrachtet man die beiden letzten Experimente, so findet man, daß durch die Verdoppelung der Decke die Festigkeit nicht sehr vergrößert wurde. Diefs kann jedoch dem Umstande zugeschrieben werden, daß die Blechplatten der Decke unter statt über der Linie der Zusammendrückung sich befanden. Bei jeder Art Träger von Schmiedeeisen und wahrscheinlich auch von jedem andern Material sollte die obere Seite höher sein als die Linie der größten Durchbiegung. Sie sollte stets über und niemals unter der horizontalen Linie der Zusammendrückung liegen. Eine andere Ursache des Nachgebens der Röhre bei einem verhältnißmäfsig geringern Gewichte, als die vermehrte Stärke der Decke voraussetzen liefs, mochte in den bedeutenden Verletzungen liegen, welche dieser Theil bei den vorhergehenden Versuchen erlitten hatte. Daher erfolgte das Zusammenbiegen der Decke viel früher, als es bei gesundem Bleche und bei veränderter Widerstandslinie erfolgt sein würde.

Die Experimente mit so geformten Röhren sind vielleicht um so interessanter, weil sie gewisse Mängel in der Form

zeigen, deren Vermeidung bei dieser Art Träger wünschenswerth ist. Sollen die über die Pfeiler hinausreichenden Theile als ein Gegengewicht wirken, so wird es nöthig, den Träger von gleichmäßiger Festigkeit und Zusammensetzung zu machen und die Oberseite ungefähr um $\frac{1}{16}$ der Höhe zu krümmen. Wenn dieß bei der Construction beachtet worden ist, so wird sich die Festigkeit bedeutend größer zeigen und der Träger wird unter einem starken Drucke, in Bezug auf Ausdehnung und Zusammendrückung, demselben Gesetze folgen, wie ein Träger von einfacher Form.

Da die elliptische Röhre beim Experiment Nr. XXII, nachdem sie durch eine längs der Oberseite angenietete eiserne Zelle verstärkt worden war, hinsichtlich ihres Widerstandes gegen die Zusammendrückung als mangelhaft befunden wurde, so gab dieß Veranlassung zu einer veränderten Construction, um jenem Theile mehr Festigkeit und Steifigkeit zu geben. Zu diesem Zwecke liefs ich die Oberseite wellenförmig biegen, so daß dieselbe in ihrer ganzen Länge zwei Zellen bildete, wie nach dem Experiment Nr. XXII bei *A* gezeigt ist.

Diese Röhre wurde mit vorzüglicher Sorgfalt ausgeführt und der gewöhnlichen Probe unterworfen, woraus folgende Resultate hervorgingen:

Experiment Nr. XXIX.

Am 14. October 1845.

Rectanguläre Röhre mit zellenartig ausgeweiteter Decke von 19 Fufs 8 Zoll Länge, 15.4 Zoll Höhe, 7.75 Zoll Breite und 19 Fufs Zwischenraum zwischen den Stützen.

Blechstärke der Decke $\frac{0.23}{2} = 0.115$ Zoll.

„ des Bodens = 0.180 Zoll.

„ der Seiten = 0.070 Zoll.

Gewicht der Röhre = 500 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 988 lbs.

Die Zellen *a a* hatten 1.65 Zoll Durchmesser.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
988	0.035		
2736	0.110		
4468	0.190		
6215	0.270		
7924	0.340	0.020	
9636	0.424	0.050	
11334	0.523	0.062	
13041	0.640	0.095	
14751	0.735	0.125	
16490	0.870	0.186	
18205	1.070	0.276	Unter dem Gewichte von 18205 lbs. wuchs die
19065	1.155		Durchbiegung um 0.02 Zoll in drei Minuten.
19918	1.270	0.400	
20764	1.425		
21629	1.520	0.590	
22469			Die Seitenwand rifs bei 2 Fuß Entfernung von der Tragstange von der Decke ab.
Größte Durchbiegung = 1.59.			

Kurz vor dem Abreißen der Seiten von der Decke an der Nietung wurde eine Seite etwas wellenförmig, was in der geringen Stärke dieses Theiles, der in der Nähe der Tragstange nachgab, seinen Grund hatte. Diefs war jedoch nicht der einzige Theil, welcher durch den Druck litt, indem gleichzeitig die andere Seite vom Boden abrifs, was augenscheinlich eine heftige Neigung zum Zerreißen der Decke und des Bodens der Röhre beurkundete. Diese Theile gaben einen wichtigen Fingerzeig hinsichtlich der richtigen und vollkommenen Anordnung der Decke und des Bodens, von welchem in diesem Falle angenommen war, daß sie den darauf wirkenden Kräften soviel wie möglich widerstehen sollten.

Eine andere besonders wichtige Eigenthümlichkeit dieser Art Träger liegt darin, daß der Bruch derselben allmählig er-

folgt. In dieser Beziehung sind sie sehr verschieden von solchen aus Gufseisen und andern krystallinischen Substanzen, da sie wegen ihrer faßrigen Natur und größern Dehnbarkeit bei Zeiten Anzeichen des bevorstehenden Bruches geben. Diese Eigenthümlichkeit zeigte sich schon bei mehreren der früheren Experimente und noch deutlicher bei diesem, nachdem das ganze Gewicht von 22469 lbs. aufgelegt worden war. Unter dieser Last verflossen mehr als drei Minuten, ehe das Experiment vollendet und die Röhre zum Gebrauche untauglich geworden war.

Experiment Nr. XXX.

Am 10. October 1845.

Schmiedeeiserner Träger von beistehendem Querschnitte, 11 Fufs 7 Zoll Länge und 11 Fufs lichter Weite zwischen den Stützen.

Dimensionen des Theiles $a = 1.000$ Zoll Stärke und

$2\frac{1}{2}$ „ Breite.

$b = 0.325$ „ Stärke und

7 „ Höhe.

$c = 0.380$ „ Stärke und

4 „ Breite.



Gewicht des Trägers = 227 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 885 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.			
			Gewicht der Tragvorrichtung = 885	Gewicht des Trägers = 227 lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.
885	0.04					
2581	0.12					
4317	0.20					
6050	0.26					
7743	0.35					
9493	0.46					
11253	0.60	0.09				

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
12955			Bei diesem Gewichte verdrehte sich der Träger, und während das Gewicht noch einige Zeit wirkte, nahm die Durchbiegung zu, bis sich der Träger seitlich bog und nicht länger zum Tragen der Last fähig war.
Größte Durch- biegung = 0.69.			

Experiment Nr. XXXI.

Am 10. October 1845.

Schmiedeeiserner Träger von vorstehendem Querschnitte,
10 Fufs 8 Zoll Länge und 10 Fufs lichter Weite zwischen
den Stützen.

Dimensionen des Theiles $a = 1.000$ Zoll Stärke und
 $2\frac{3}{7}$ „ Breite.
 „ „ „ $b = 0.350$ „ Stärke und
 8 „ Höhe.
 „ „ „ $c = 0.440$ „ Stärke und
 4.3 „ Breite.

Gewicht des Trägers = 247 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 885 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
885			
2631	0.04		
4358	0.12		
6098	0.15		

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.	Durchbiegung in Zollen	Gewicht in lbs.
7827	0.19			0.020	288
9585	0.21			0.020	3002
11278	0.26			0.090	4364
12980	0.30	0.03		0.110	5010
14693	0.35	0.03		0.140	5837
16373	0.45	0.09		0.165	9559
18115	0.68	0.26		0.195	11257
18962			Bei dieser Belastung verdrehte sich der Träger, und es konnte daher das Experiment nicht fort- gesetzt werden.	0.200	12000
Größte Durch- biegung = 0.71.				0.370	19839
				0.475	21553

Bei beiden Versuchen wurden die Träger seitlich durchgebogen, da die obere und untere Flange nicht breit genug waren, um dem seitlichen Drucke zu widerstehen.

Experiment Nr. XXXII.

Am 10. October 1845.

Schmiedeeiserner Träger von derselben Form wie zuvor, 10 Fuß 7 Zoll Länge und 10 Fuß lichter Weite zwischen den Stützen.

Dimensionen des Theiles $a = 1.000$ Zoll Stärke und 2.75 „ Breite.

„ „ „ $b = 0.380$ „ Stärke und 9 „ Höhe.

„ „ „ $c = 0.420$ „ Stärke und 4.3 „ Breite.

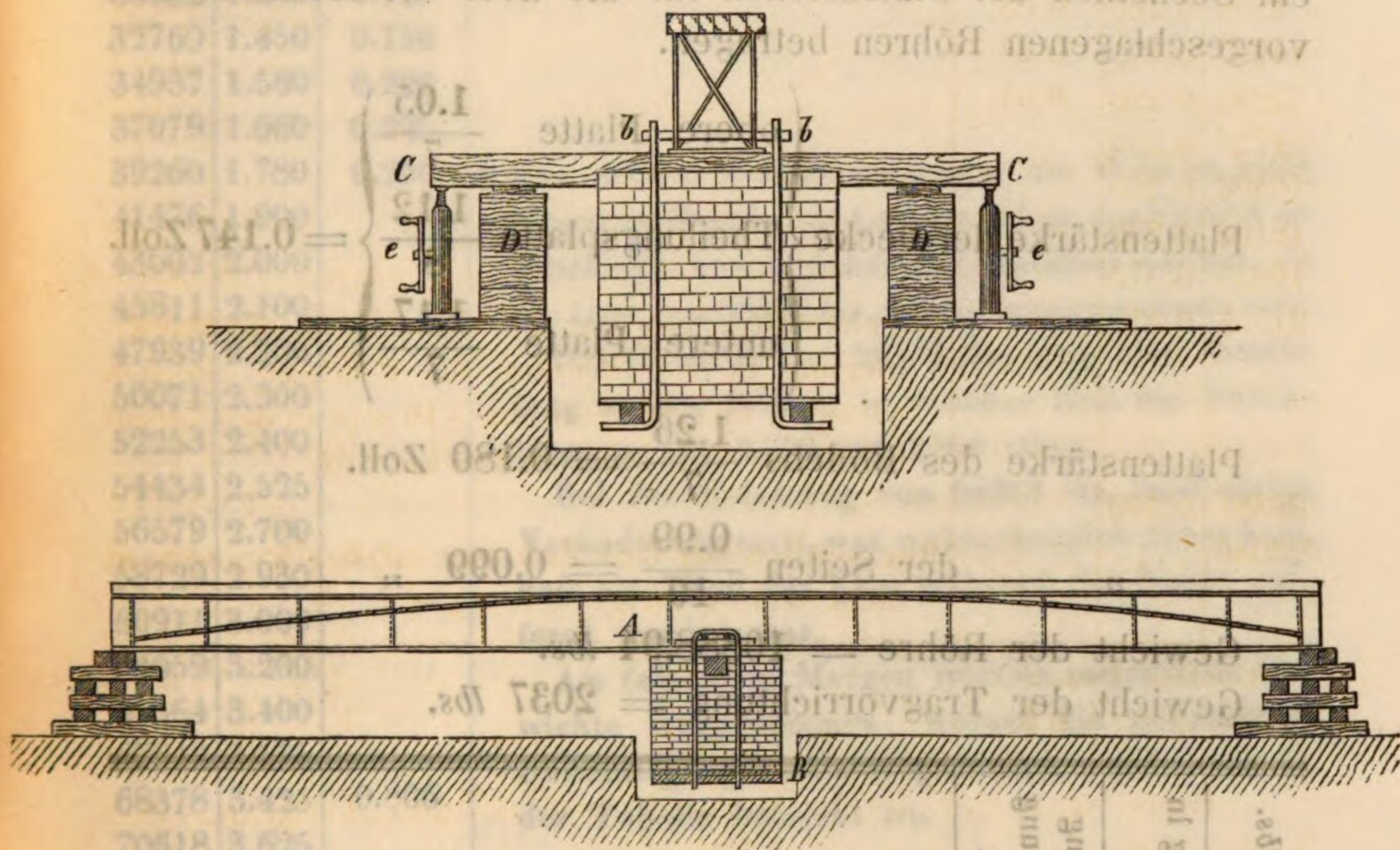
Gewicht des Trägers = 276 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
885	0.020		
2606	0.050		
4364	0.090		
6105	0.110		
7835	0.140		
9559	0.165	0.03	
11257	0.195	0.03	
12999	0.220	0.04	
14728	0.250		
16407	0.250		
18108	0.290		
19839	0.370		
21553	0.475		Bei einer Belastung von 21553 lbs. nahm die Durchbiegung in vier Minuten um 0.025 zu; in den nächsten vier Minuten um 0.10 und in den darauf folgenden vier Minuten bis zu 0.34.
22387	0.590		
23046			Bog seitlich um 2.65 Zoll, worauf das Experiment nicht weiter fortgesetzt wurde.
Größte Durchbiegung = 0.6.			

Diefs war der letzte Versuch mit soliden Trägern. Sie hatten offenbar weit weniger Festigkeit als die hohlen rectangulären Träger.

Das vorhergehende Experiment wurde am 14. October 1845 beendigt, und von dieser Zeit an bis Anfang Juli des folgenden Jahres geschah wenig oder nichts weiter. Ein kurzer Bericht über sämtliche Resultate der Experimente wurde an die Directoren der Eisenbahnen von Chester nach Holyhead abgestattet, und es befindet sich derselbe jetzt in den Händen des Publicums. Durch die darin erwähnten befriedigenden Resultate, namentlich mit der Röhre, deren Decke aus runden Kanälen bestand, wurden die Directoren nach dem

Vorschlage Herrn Stephenson's, veranlaßt, dieser Brückenconstruction vor andern weniger praktischen den Vorzug zu geben. Dennoch wurde es für nöthig gehalten, noch mehr Experimente in größerem Mafsstabe auszuführen, um die Form und Verhältnisse dieser Röhren zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde eine ganz neue Proberöhre, genau in einem Sechstheil der Dimensionen der Britannia-Brücke gebaut, und nachdem die in nachfolgender Figur dargestellte Vorrichtung angebracht war, das Experiment in der gewöhnlichen Weise ausgeführt.



Die Figur zeigt bei *A* die Seitenansicht der Proberöhre, deren Länge zwischen den Stützen 75 Fuß beträgt; zum Auflegen der Gewichte dient die Platte *B*, die an zwei, durch die Seiten der Röhre gesteckte und von dem Boden derselben, sowie von dem äußeren Winkeleisen getragenen Querträgern *b b* angehängt ist. *C C* ist ein unterhalb der Querträger befindlicher Balken, welcher, wenn er von den beiden Winden *e e* gehoben wird, die Last von der Röhre emporhebt, wodurch man in den Stand gesetzt wird, die Wirkungen der verschiedenen Belastungen auf die Elasticität der Röhre zu

erkennen. Die temporären Unterlagen *DD* dienen bloß dazu, bei irgend einem Zufalle oder beim Brechen der Röhre, einen Theil der Last aufzuhalten.

Proberöhre. — Experiment Nr. XXXIII.

Am 10. Juli 1846.

Rectanguläre Röhre von 78 Fufs Länge, 4 Fufs 6 Zoll Höhe in der Mitte, 2 Fufs 8 Zoll Breite und 75 Fufs lichter Weite zwischen den Stützen, welche Masse möglichst genau ein Sechstheil der Dimensionen für die über die Menai-Straße vorgeschlagenen Röhren betragen.

$$\text{Plattenstärke der Decke} \left\{ \begin{array}{l} \text{obere Platte} \quad \frac{1.05}{7} \\ \text{Theilungsplatte} \quad \frac{1.12}{8} \\ \text{untere Platte} \quad \frac{1.17}{7} \end{array} \right\} = 0.147 \text{ Zoll.}$$

$$\text{Plattenstärke des Bodens} \quad \frac{1.26}{7} = 0.180 \text{ Zoll.}$$

$$\text{„ der Seiten} \quad \frac{0.99}{10} = 0.099 \text{ „}$$

Gewicht der Röhre = 10888.94 lbs.

Gewicht der Tragvorrichtung = 2037 lbs.

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
2037	0.175		
4571	0.175		
7082	0.275		
9596	0.375		
12136	0.485		
14672	0.575		
17214	0.635	0.035	
19725	0.800	0.035	

Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
22093	0.925	0.075	
24264	1.045	0.086	
26415	1.140	0.100	
28519	1.235	0.105	
30632	1.335	0.115	
32769	1.450	0.150	
34937	1.560	0.200	
37079	1.660	0.245	
39260	1.780	0.290	* Von diesem Punkte an waren die Winden nicht länger im Stande, die Last zu heben, der Verlust an Elasticität konnte daher erst bestimmt werden, als die Last von 68378 lbs. wieder weggenommen war.
41476	1.900		Das Gewicht von 56579 lbs. hing eine Stunde lang an der Röhre, in welcher Zeit die Durchbiegung von 2.700 auf 2.850 stieg.
43602	2.000		Bei der Belastung von 68378 lbs. fand einige Veränderung statt, was wahrscheinlich daher kam, daß ein Theil der Last während der Nacht entfernt worden war.
45811	2.100		Am folgenden Morgen wurden sämtliche Gewichte weggenommen, worauf die permanente Durchbiegung zu 0.806 gefunden wurde, wie in der Tabelle bemerkt ist.
47939	2.200		
50071	2.300		
52253	2.400		
54434	2.525		
56579	2.700		
58729	2.930		
60911	3.000		
63059	3.200		
65564	3.400		
67842	3.575		
68378	3.425	0.806	
70618	3.625		
72858	3.726		
75098	4.050		
77338	4.375		
79578			Nachdem diese Last eine und eine halbe Minute angehangen hatte, zerrifs die Bodenplatte 2 Fuß vom Mittel des Angriffspunktes der Last.
Größte Durchbiegung = 4.5.			

Bei der Proberöhre, mit welcher das vorhergehende und die folgenden Experimente angestellt wurden, war anfänglich der Querschnitt der zellenförmigen Decke ungefähr dreimal so

groß, wie der des Bodens, bei welchem letzteren jedoch auf Vergrößerung des Querschnittes bis zur Herstellung des Gleichgewichtes der Widerstände gegen das Zusammendrücken und das Zerreißen Rücksicht genommen war. Bei jedem folgenden Bruche wurde die Festigkeit des Bodens vergrößert, bis sein Widerstand gegen das Zerreißen größer wurde als der Widerstand der zellenförmigen Decke gegen die Zusammendrückung. Da die Wiederherstellung des Bodens der Röhre offenbar weniger Mühe und Kosten verursachte, als es bei einer etwa nöthig gewordenen Reparatur der zellenartigen Decke der Fall gewesen sein würde, so war der letzteren bedeutend mehr Festigkeit gegeben worden.

Bei dem letzten Experimente waren die Querschnitte der Decke, des Bodens und der Seiten folgende:

Querschnitt der Decke = 24.024 □ Zoll.

„ des Bodens = 8.800 „ „

„ der Seiten = 9.000 „ „

Unmittelbar nach diesem Experimente wurde die Röhre ausgebessert und der Boden durch zwei je $6\frac{1}{2}$ Zoll breite und $\frac{5}{16}$ Zoll starke Platten verstärkt. Nachdem noch die verletzten Theile der Deckenzellen ausgebessert und die zerrissenen Platten des Bodens, welcher nun einen Querschnitt von 12.8 □ Zoll hatte, erneuert worden waren, wurde der Versuch gemacht wie zuvor.

Experiment Nr. XXXIV.

Am 31. Juli 1846.

Rectanguläre Röhre von einem Sechstheil der Dimensionen der projectirten Brücke.

Gesamtlänge der Röhre 78 Fufs, Breite 2 Fufs 11 Zoll, Höhe 4 Fufs 6 Zoll. Lichte Weite zwischen den Unterlagen = 75 Fufs.

Stärke der Bodenplatten = 0.156 Zoll.

„ „ Seitenplatten = 0.099 „

„ „ obern Deckenplatten.....

„ „ untern „

„ „ Abtheilungsplatten der Decke

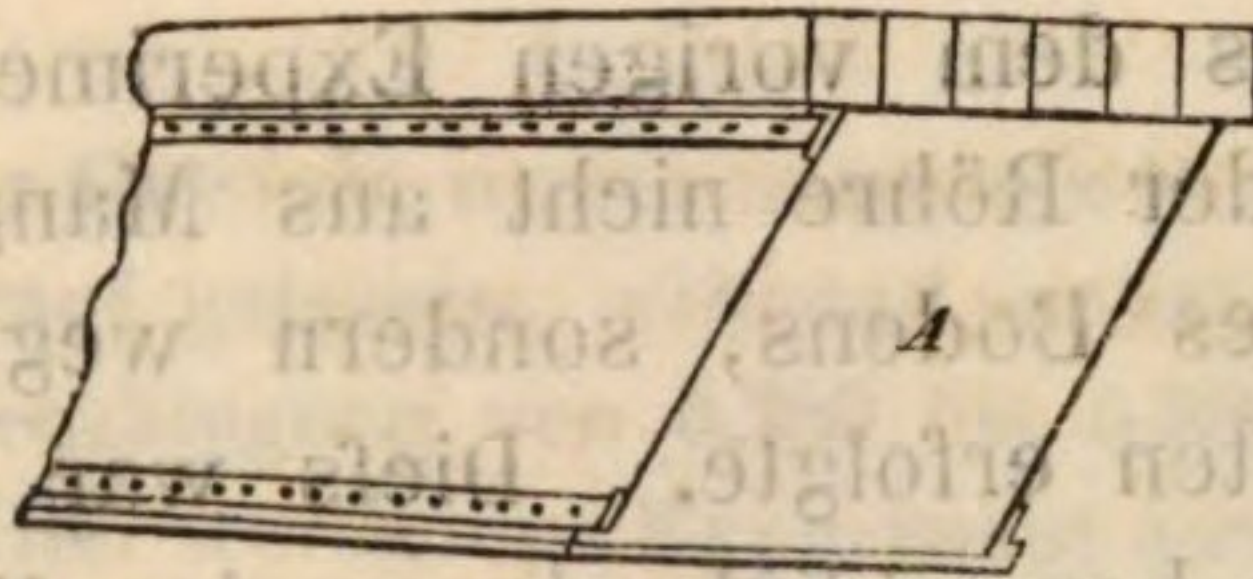
} = 0.147 Zoll.

Querschnitt der Decke = 24.024 □ Zoll.

„ des Bodens = 12.800 „ „

Gewicht der Röhre = 10888.94 lbs.

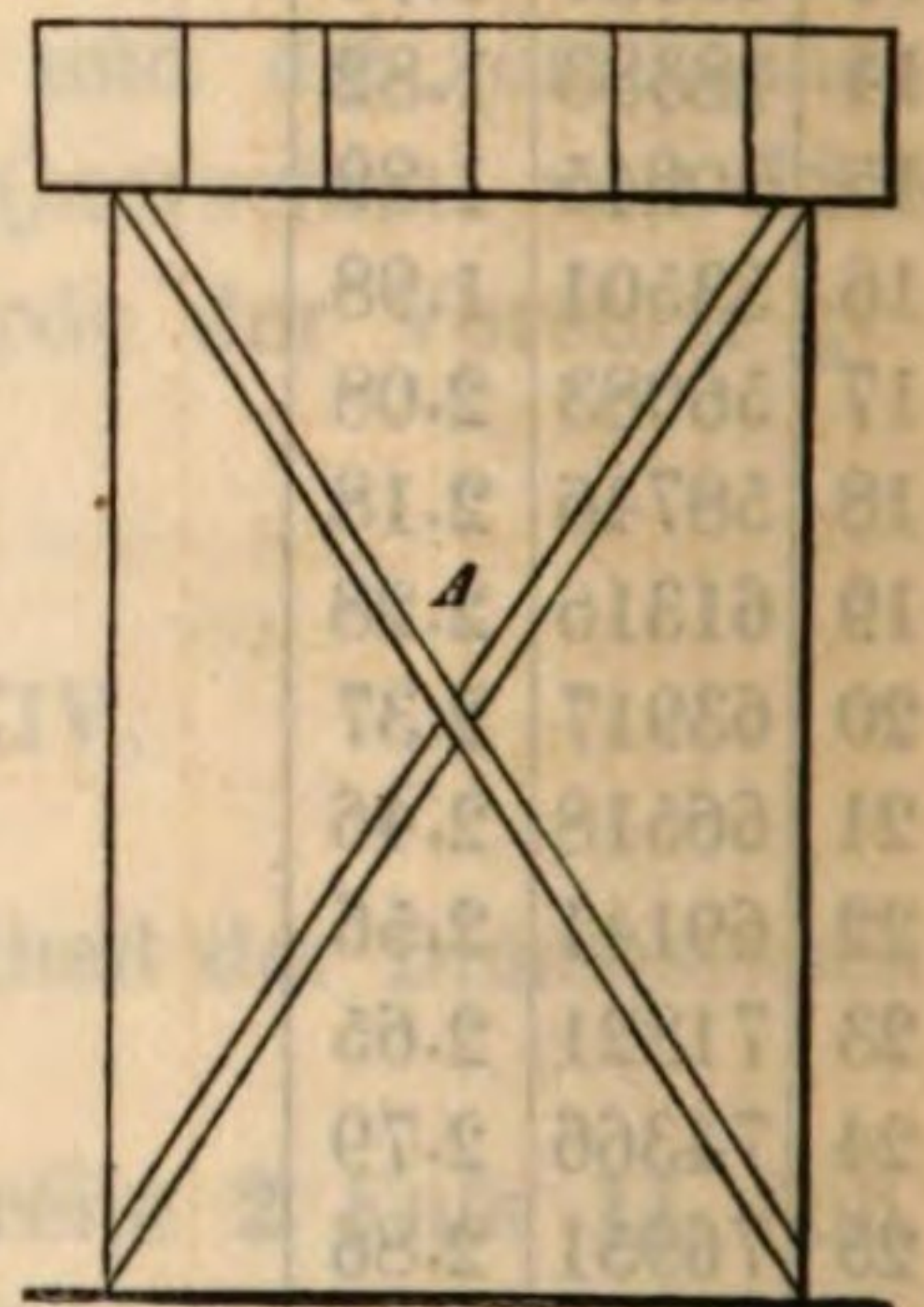
Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	2050	0.30		
2	13707	0.40		
3	17470	0.53		
4	21258	0.74		
5	24595	0.90	0.14	
6	27211	1.01	0.14	
7	29837	1.12	0.16	
8	32431	1.22		
9	34985	1.32		
10	37571	1.43		
11	40157	1.54		
12	42757	1.63		
13	45337	1.73		Dieses Gewicht von 45337 lbs. hing sechszehn Stunden an der Röhre, während welcher die Durchbiegung constant 1.73 blieb.
14	48383	1.82		
15	50945	1.89		
16	53501	1.98		
17	56083	2.08		
18	58746	2.18		
19	61316	2.28		
20	63917	2.37		
21	66518	2.46		
22	69141	2.56		
23	71821	2.65		
24	74366	2.79		
25	76951	2.86		
26	79979	2.99		
27	82544	3.09		Bei dieser Belastung von 82544 lbs. wuchs die Durchbiegung in 45 Minuten von 3.09 auf 3.22.
28	85026	3.31		
29	87510	3.39		
30	89844	3.50		
31	92113	3.62		
32	93769	3.76		
33	95432	3.93		



Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
34	97102			Nachdem die Röhre die Last von 97102 lbs. einige Secunden lang getragen hatte, drehte sie sich an einem Ende aus der senkrechten Stellung, wie die Skizze bei A zeigt.
Größte Durchbiegung = 0.4.				

Aus dem vorigen Experimente erhellt, daß das Nachgeben der Röhre nicht aus Mangel an Festigkeit der Decke oder des Bodens, sondern wegen unzureichender Steifigkeit der Seiten erfolgte. Diefs war längs der Seiten der Röhre weniger bemerklich als an den Enden, wo sie auf den Unterlagen ruhte; wäre ein starker eiserner Rahmen daselbst angewendet worden, wie nachher geschah, so hätte das Experiment wahrscheinlich bis zum Brechen fortgesetzt werden können, wie bei dem vorhergehenden Versuche.

Nachdem die an den Enden sehr verschobene Röhre ausgebessert, sowie durch Annieten verticaler $1\frac{1}{2}$ zolliger Winkeleisen innerhalb der Röhre in Entfernungen von je 2 Fufs, verstärkt und an beiden Enden durch Andreaskreuze (A in der Figur) gesteißt worden war, wurde das Experiment am 22. August wieder begonnen, wie folgt:



Experiment Nr. XXXV.

Am 22. August 1846.

Dieselbe Röhre, wie bei dem vorhergehenden Versuche. Die Querschnittsflächen waren in der Mitte folgende:
Querschnittsfläche der Decke = 24.024 □ Zoll.

Querschnittsfläche des Bodens = 12.800 □ Zoll.

„ der beiden Seiten = $4.5 \times 2 = 9.000$ □ Zoll.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	22861	0.875		
2	36179			
3	47467	1.850		
4	58875	2.850		
5	70722			
6	77527	3.250		Dieses Gewicht wurde neunzehn Stunden lang
7	82172	3.83		darauf gelassen, während welcher Zeit die
8	86813	3.97		Durchbiegung von 3.250 bis 3.500 zunahm.
9	91411	4.13		Hier wurde das Experiment unterbrochen
10	96092	4.32		und die Belastung von 20 Tonnen vom 22. Au-
11	98412	4.40		gust bis 10. September auf der Röhre ge-
12	100748	4.49		lassen, wobei die Durchbiegung von 3.5 auf
13	103070	4.62		3.75 Zoll stieg.
14	105391	4.69		Das Experiment wurde sodann fortgesetzt
15	107714	4.82		und mit der Belastung von 82172 lbs. ange-
16	110033	4.94		fangen.
17	112216	5.10		
18	114525	5.27		
19	116759	5.38		
20	119169	5.50		
21	121443		1.96	Bei dieser Belastung gab die Platte, welche die
				Gewichte trug, nach und hinderte die Fort-
				setzung des Experiments (11. September).
				Nachdem die Tragvorrichtung hergestellt
				worden war, wurde dasselbe Gewicht wieder
				aufgelegt und das Experiment fortgesetzt.
22	123724	5.68		
23	126128			Bei dieser Belastung von 56.3 Tonnen zerrissen
				die Bodenplatten einige Zoll seitwärts von
				der Tragvorrichtung.
Größte Durch-				
biegung = 5 79.				

Nachdem die Tragvorrichtung mit den Gewichten nachgegeben hatte, war es wünschenswerth, vor Vollendung des Experiments die permanente Durchbiegung zu erfahren. Die ganze Last von **121443 lbs.** wurde daher weggenommen, wobei die Röhre bis auf **1.96 Zoll** in ihre ursprüngliche Lage zurückkehrte, also eine permanente Durchbiegung von ziemlich **2 Zollen** blieb.

Wenn man die Lage der Röhre und ihre Neigung zum Brechen betrachtet, als die Tragvorrichtung nachgab, so sieht man, daß genietete Platten, wenn sie einem transversalen Drucke ausgesetzt werden, viel Anspruch auf Vorsicht haben, sowohl in Bezug auf ihre Elasticität, als auch auf ihren Widerstand gegen großen Druck. Aus dem letzten Versuche sieht man, daß die Röhre, obgleich dem Bruche nahe, doch eine Elasticität von $5.50 - 1.96 = 3.54$ Zoll behielt.

Bei einer sorgfältigen Untersuchung der Decke der Röhre vor dem Auflegen der letzten Gewichte war der bevorstehende Bruch zu erkennen. Dort beschränkte es sich bloß darauf, daß die Nieten, wie durch ein scharfes Instrument abgeschnitten wurden. Der Grund hiervon mochte in einem Versehen des Werkführers liegen, welcher die obern Platten der Decke beim Zusammennieten übereinander hatte greifen lassen, anstatt sie stumpf zusammenzustossen und durch besondere Streifen zu verdecken.

Bei dem letzten Experimente war die Röhre durch eine Last von $56\frac{1}{4}$ Tonnen am Boden zerrissen, während die Zellen-
decke ungeschwächten Widerstand zeigte, und es wurde daher für nöthig erachtet, die verletzten Theile zum dritten Male wiederherzustellen. Es wurde ferner für zweckmäfsig gehalten, auf eine Länge von **20 Fufs** vom Mittel aus nach jeder Seite hin zwei stärkere Streifen anzunieten, um die Querschnittsfläche in der Mitte zu vergrößern und zu veranlassen, daß die Decke zusammengedrückt werde. Diese Streifen waren **9 Zoll** breit und einen Viertelzoll stark, wodurch der Querschnitt des Bodens von **12.8** auf **17.8** □Zoll gebracht wurde. Die verletzten Theile der Seiten und der Decke wurden auch wieder hergestellt, ohne jedoch ihre Festigkeit

zu vergrößern. Hierauf wurde folgendes Experiment an-
gestellt:

Experiment Nr. XXXVI.

Am 16 October 1846.

Querschnittsfläche der Decke = 24.024 □ Zoll.
„ des Bodens = 17.800 „ „

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	2037			
2	61649	1.50		
3	65892	1.62		
4	70116	1.73		
5	74363	1.88		74363 lbs. wurden 40 Minuten darauf gelassen,
6	78846	2.01		wobei sich keine merkliche Veränderung
7	83911	2.17		zeigte.
8	88682	2.33		
9	93338	2.48		
10	99131	2.72		
11	103803	2.87		Ungefähr 45 Tonnen wurden 21 Stunden lang
12	108370	3.03		auf der Röhre gelassen, ohne daß die Durch-
13	113090	3.22		biegung sich vergrößerte.
14	117661	3.40		
15	122397	3.63		Hier wuchs innerhalb 5 Minuten die Durch-
16	127045	3.87		biegung von 3.63 auf 3.70, worauf sie con-
17	129178	4.01		stant blieb.
18	131521	4.12		Bei 127045 lbs. Belastung entstanden auf bei-
19	133876	4.27		den Seiten der Decke an den Kanten kleine
20	136150	4.37		Anzeichen von Zusammenfaltung.
21	139304	4.62		
22	141579	4.73		
23	143727	4.81		
24	145923	4.88		

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
25	148129			Bei dieser Belastung erfolgte der Bruch, indem der Boden durch die Platten hindurch entzweirifs. Die Seiten waren auch beschädigt. Bei sorgfältiger Untersuchung des Bruches wurden die 9 zolligen Streifen sehr defect gefunden, und es hatten dieselben mehr das Ansehen von Gufs- als von Schmiedeeisen.
Größte Durchbiegung = 4.94.				

Da ein geringes Setzen des Bodens da, wo die schwere-
ren Lasten darauf lagen, stattgefunden hatte, so entstand
einiger Zweifel über die Genauigkeit der bei diesem Experi-
mente genommenen Durchbiegungen. Um daher für den Fall
eines Fehlers denselben bestimmen zu können, wurden zwei
verschiedene Methoden angenommen, erstens durch Gewichte,
welche an einer feinen Schnur an jedem Ende der Röhre be-
festigt waren, und zweitens durch einen feinen Draht, welcher
an einem Ende über eine Rolle hinweg ging und jene in
einer gleichmäßigen Spannung erhielt. Wenn eine Differenz
entstand, was selten der Fall war, so nahm ich gewöhnlich
das Mittel aus zwei Beobachtungen nach den angenommenen
beiden Methoden.

Da die Röhre mehrmals reparirt und in ihre ursprüngliche
Form zurückgebracht worden war, so war Grund vorhanden,
zu hoffen, daß durch die letzte Verstärkung des Bodens die
Zellendecke zuletzt zusammengedrückt werden und somit die
Reihe der Experimente ihr Ende erreichen würde. Der Erfolg
war indess verschieden von der Erwartung, da der Boden
zum dritten Male zerrifs; wir waren daher genöthigt, den
Schaden durch Ausschneiden der zerrissenen Platten und durch

Ersetzung derselben am Boden mit stärkeren und besseren Platten wieder auszubessern.

Jedesmal, wenn der Boden zerrifs, wurden auch die Deckenzellen und die Seiten bedeutend beschädigt, weshalb die Ausbesserung nicht blofs darin bestand, dafs neue Bodenplatten eingenietet, sondern auch, dafs die Seiten und die obern Zellen gestreckt wurden; bisweilen war sogar die gänzliche Erneuerung der verletzten Theile nothwendig. In dem vorliegenden Falle wurde auf 20 Fufs Länge von jeder Seite der Tragvorrichtung ein ganz neuer Boden eingesetzt. Dieser Boden bestand aus doppelten, je einen Viertelzoll starken Blechplatten mit zwei Streifen in der Mitte, wie vorher, und es wurde dadurch die Querschnittsfläche in der Mitte von 17.8 auf 22.45 □ Zoll gebracht. Nachdem die übrigen schadhafte Stellen ausgebessert worden waren, wurden die Experimente fortgesetzt.

Experiment Nr. XXXVII.

Am 7. December 1846.

Querschnittsfläche der Decke = 24.024 □ Zoll.

„ des Bodens in der Mitte = 22.450 □ Zoll.

Gewicht der Röhre 5 Tonnen 16 Centner 28 lbs.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	2037	0.00		
2	59123	1.02		
3	76204	1.75		
4	87189	1.98		
5	95172	2.20		
6	104568	2.45		
7	114123	2.70		
8	124203	3.08		
9	129007	3.20		Die Last von 129007 lbs. wurde achtzehn Stunden lang auf der Röhre gelassen, während welcher Zeit die Durchbiegung von 3.20 bis auf 3.35 Zoll zunahm.

Bei diesem Studium wurde es für rathlich erachtet, das Experiment nicht weiter fortzusetzen und die Röhre umzulegen, um ihre seitliche Festigkeit und den Widerstand zu ermitteln, welchen Röhren von dieser Construction der Wirkung des Windes entgegensetzen. Die Gewichte wurden daher weggenommen und die Durchbiegung nach jeder Gewichtsverminderung mit großer Sorgfalt gemessen, um die Elasticität der Röhre zu bestimmen. Die Gewichte wurden in umgekehrter Ordnung heruntergenommen, als sie aufgelegt worden waren, wie folgt:

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	129007	3.35		
2	113847	3.15		
3	104263	3.00		
4	94410	2.83		
5	85071	2.61		
6	74644	2.43		
7	61078	2.08		
8	49700	1.83		
9	38577	1.58		
10	25619	1.22		
11	13204	0.92		
12	9937	0.45		
13	0000	0.43		Die permanente Durchbiegung oder der Verlust an Elasticität beträgt daher bloß 0.43 Zoll.

Schon beim Beginn der Experimente mit der Proberöhre wurde beabsichtigt, durch ein directes Experiment die oft streitige Frage über die Wirkung des Windes auf die Röhre zu entscheiden. Da sich jetzt eine günstige Gelegenheit zur Lösung des Problems darbot, so wurde beschlossen, die Röhre, nachdem sie achtzehn Stunden lang ein Gewicht von 58 Tonnen getragen hatte, auf die Seite zu legen und in der

gewöhnlichen Weise zu prüfen. Sie wurde daher flach auf die Unterlagen gelegt und dieselbe Tragvorrichtung an der obern Seite angehängt, worauf das Experiment in folgender Weise vor sich ging:

Experiment Nr. XXXVIII.				
Am 9. December 1846.				
Die Röhre auf die Seite gelegt.				
Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	2172	0.08		
2	6592	0.28		
3	9103	0.62		
4	11648	0.85		
5	13880	1.02		
6	16048	1.15		
7	18204	1.43		
8	20349	1.65		
9	22467	1.81		
10	24646	2.29		
11	26781	2.36		Nachdem dieses Gewicht von 26781 lbs. einige Stunden lang an der Röhre gehangen hatte, betrug die Durchbiegung 2.5 Zoll.

Als die Röhre flach auf die Unterlagen gelegt worden war, betrug die Durchbiegung vor dem Anhängen der Gewichte, also durch das eigne Gewicht 0.85 Zoll. Bei einer Belastung von 12 Tonnen war diese Durchbiegung bis auf $0.85 + 2.36 = 3.21$ Zoll gewachsen, welche Durchbiegung $\frac{5}{8}$ des Gewichtes der Röhre und dem der Last oder ungefähr 15 Tonnen entsprach. Nach dieser Probe wurde die Röhre wieder in ihre gehörige Stellung gebracht und die Last, wie vorher, aufgelegt, worauf die permanente seitliche Durchbiegung nicht über ein Zehntelzoll betrug.

Addirt man $\frac{5}{8}$ des Gewichts der Röhre zu den Zahlen in der Gewichts-Colonne der vorhergehenden Tabelle, so ergibt sich

Nummer.	Durchbiegendes Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.
5	22017	1.87
7	26341	2.28
9	30583	2.66
11	34918	3.21

Nachdem in Bezug auf die seitliche Festigkeit von Röhren dieser Construction befriedigende Resultate erlangt worden waren, wurde die Röhre wieder vertical gestellt und folgendermaßen belastet.

Experiment Nr. XXXIX.

Am 14. December 1846.

Die Röhre war wieder vertical aufgestellt.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	2240	0.00		
2	11568	0.70		
3	20169	1.31		
4	32133	1.91		
5	54185	2.38		
6	79548	2.77		
7	105883	2.96		
8	135255	3.17		Diese Last blieb 9 Tage und Nächte auf der Röhre, nämlich vom 14. Mittags bis zum 23. Mittags, in welchem Zeitraume die Durchbiegung von 3.17 auf 3.22 Zoll gewachsen war.

Der erste Theil dieses Experimentes wurde deshalb gemacht, um die Wirkung eines langandauernden Druckes auf die Röhre zu erfahren. Dieses Experiment war analog den von der *British Association for the Advancement of Science* mit Gufseisen angestellten.

Der Einfluß der Zeit auf das, einem starken Drucke ausgesetzte Material, besonders wenn die Belastung so groß ist, daß sie beinahe den Bruch bewirkt, ist lange eine Frage von zweifelhafter Lösung gewesen. Man nimmt an, daß ein Körper, welcher über die sogenannte elastische Grenze hinaus belastet worden ist, nicht mehr mit Sicherheit weiter belastet werden könne, daß derselbe an dieser Grenze eine permanente Durchbiegung angenommen und seine Atome oder seine faserige Structur verändert habe. Ueberhaupt wird es der Sicherheit gemäß gehalten, die permanente Belastung diese Grenze nicht überschreiten zu lassen.

Neuerlichen Versuchen zufolge scheint dies jedoch eine bloße Annahme zu sein, da die erwähnten Experimente über den Einfluß der Zeit die Thatsache klar machen, daß Körper (anstatt bis mit zwei Dritteln der brechenden Last, was als elastische Grenze angenommen ist) bis mit $\frac{11}{12}$ der brechenden Last ohne Gefahr belastet werden können. Selbst bei diesem Punkte wird (wenn keine Störungen dazu kommen) der Körper fortfahren, die Last mit unvermindertem Widerstande zu tragen.

Diese wichtigen Thatsachen sind geeignet, unser Vertrauen zu der Tragkraft von Körpern zu vergrößern und zu der weitem Anwendung der Physik auf die Künste von Nutzen zu sein. Die elastische Grenze ist außerordentlich unbestimmt, wie die Versuche von Hodgkinson und von Fairbairn hinreichend bewiesen haben. Durch diese Experimente ist nachgewiesen, daß die Elasticität der Körper nicht nur durch ein verhältnißmäßig geringes Gewicht afficirt wird, sondern, was mehr als wahrscheinlich ist, daß auch jedes geringe Gewicht eine Veränderung der Molecularanordnung sowie der Elasticität des Körpers hervorbringt.

Tate, die Festigkeit eiserner Balken etc. 11

Experiment Nr. XL.

Am 23. December 1846.

Dieselbe Röhre, wie im Experiment Nr. XXXIX.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	135255	3.22		Dieses Gewicht hing seit dem 14. December an der Röhre.
2	139567	3.38		
3	144352	3.48		
4	149684	3.70		
5	151772	3.81		
6	154452			Zerriß durch den Boden am Ende neuer Platten, 21.6 Zoll von der Tragvorrichtung. Querschnittsfläche des Bodens an der Stelle des Bruches 8.8 Quadrat Zoll.

Größte Durch-
biegung = 3.86.

Aus dem vorhergehenden Experimente geht klar hervor, daß der Punkt, wo die neuen Platten endigten, der schwächste Theil der Röhre war und daß die Ursache des Bruches nicht in der Schwäche der Seiten oder der Zellendecke, sondern in dem unrichtigen Verhältnisse des Materials, welches den Boden der Röhre bildete, lag, und daß daher an dieser schwächsten Stelle der Bruch erfolgen mußte.

Diese Ansicht wird hinreichend durch die Thatsache bestätigt, daß die Zellendecke vom Anfange an niemals fester gemacht wurde und daß sie keinen Schaden erlitt, außer dem, welcher beim Fallen der Röhre auf die Unterlagen erfolgte, wenn der Boden brach. Es ist ferner zu erwähnen, daß die Blechplatten der Seiten und der Zellendecke durchaus von gleicher Stärke waren und daß sie in der Mitte mehr auszuhalten hatten als an irgend einem andern Theile, was deutlich

zeigte, daß die Seiten und die Decke die stärksten Theile der Röhre waren. Ein anderer Umstand, welcher diese That-
sache bestärkte, war der, daß die Röhre bei dem letzten
Versuche mit einer Durchbiegung von 3.81 Zollen nachgab,
während bei den vorhergehenden Experimenten die Durch-
biegung bis auf $5\frac{1}{2}$ Zoll gekommen war, ehe der Boden aus-
einanderrifs. Wenn nun die Seiten oder die Decke die
schwächsten Theile der Röhre gewesen wären, so hätten sie
nothwendigerweise zuerst nachgeben müssen, was indess nicht
stattfand. Daraus war nun zu folgern, daß Decke, Boden
und Seiten sich rasch dem Querschnitte der größten Festig-
keit näherten. Man wird sich erinnern, daß die in den
vorigen und folgenden Tabellen aufgezeichneten Versuche in
größerm Mafsstabe ausgeführt wurden; nimmt man nun an,
daß die Röhren der Britannia- und Conway-Brücke in Hin-
sicht auf ihren Widerstand gegen transversalen Druck dem-
selben Gesetze folgen, wie die Proberöhre, so kann man
daraus folgern, daß die großen Röhren hinreichende Festig-
keit haben, sowohl gegen das Gewicht der Züge, als auch
gegen den Wind.

Da die neuen Platten bei diesem Experimente nicht wei-
ter gingen, als 21 Fufs von jeder Seite der Tragvorrichtung,
so hatte der übrige Theil des Bodens auf beiden Seiten zwi-
schen diesen Punkten und den Unterlagen seine ursprüngliche
Form mit 8.8 Quadrat Zoll Querschnittsfläche. Es ist zu be-
dauern, daß die neuen Platten von $\frac{1}{4}$ Zoll Stärke nicht noch
etwas weiter nach den Unterlagen hin gingen, da diefs die
Tragkraft der Röhre vergrößert und den Bruch, der nach der
Tabelle bei einer Belastung von 69 Tonnen stattfand, ver-
hindert haben würde.

Experiment Nr. XLI.

Am 15. April 1847.

Querschnitt der Decke = 24.024 □ Zoll.

„ des Bodens = 22.450 „ „

Nummer.	Gewicht in lbs.	Durchbiegung in Zollen.	Durchbiegung nach Entfernung der Last.	Bemerkungen.
1	20006	0.55		
2	35776	0.78		
3	48878	1.12		
4	62274	1.48		
5	77534	1.78		
6	92299	2.12		
7	103350	2.38		
8	114660	2.70		
9	132209	3.05		
10	138060	3.23		
11	143742	3.40		
12	148443	3.58		
13	153027	3.70		
14	157728	3.78		
15	161886	3.88		
16	164741	3.98		
17	167614	4.10		
18	171144	4.23		
19	173912	4.33		
20	177088	4.47		
21	180017	4.55		
22	183779	4.62		
23	186477	4.72		
24	189170	4.81		
25	192892	...	...	Bei diesem Gewichte von $86\frac{1}{4}$ Tonnen erfolgte der Bruch, indem die Zellendecke in einer Entfernung von 2 Fuß von der Tragvorrichtung zusammengedrückt wurde, während der Boden und die Seiten unbeschädigt blieben.

Durch die Zusammendrückung der Decke wurde erreicht, was vom Anfange dieser Versuche an gesucht worden war. Es war daher sehr befriedigend, daß nun eine Lage eintrat, welche keinen Zweifel mehr zuließ. Dieses Experiment bestimmte das Verhältniß der Querschnitte des Bodens

und der Decke der Röhre, um die Widerstände gegen Zusammendrückung und Ausdehnung bei einem transversalen Drucke ins Gleichgewicht zu setzen, und lieferte auch andere Daten, welche für die Construction einer Röhre von größter Festigkeit und gegebenem Materialquantum nöthig sind. Nachdem wir diese wichtigen Daten erhalten hatten, wurde es wünschenswerth, die Experimente zu schliessen und solche Formeln daraus abzuleiten, welche uns in den Stand setzen könnten, die Festigkeit und die Verhältnisse irgend einer andern Röhre unter transversalem Drucke zu berechnen.

Das nächste und Schlufsexperiment ist von gigantischer Art, nämlich mit der grofsen Röhre selbst. Um doppelte Sicherheit zu erhalten, so war beschlossen worden, mit der ersten Conway-Röhre einen Versuch anzustellen, temporäre Pfeiler (entsprechend einer Spannung von 400 Fufs) unter jedes Ende zu bauen und die Durchbiegungen bei verschiedenen, zunehmenden Belastungen in der gewöhnlichen Weise zu messen. Diefs geschah unmittelbar nach Vollendung der Röhre. Nachdem die Gerüste, Platten u. s. w. weggenommen worden waren, wurde die Röhre frei auf die Enden gestellt und folgender Versuch gemacht:

Experiment Nr. XLII.

Rectanguläre Röhre von 412 Fufs Länge, 25 Fufs 6 Zoll Höhe in der Mitte, 15 Fufs Breite und 400 Fufs lichter Weite zwischen den Stützen.

Querschnitt der Decke = 670 □ Zoll.

„ des Bodens = 517 „ „

Berechnetes Gewicht der Röhre, einschliesslich Schienen und gusseiserne Rahmen an den Enden = 1300 Tonnen.

Nummer.	Lichte Weite zwischen den Stützen.		Höhe.		Breite.		Durchbiegung in Zollen.	Gewicht in Tonnen.	Bemerkungen.
	Fufs.	Zoll.	Ffs.	Zoll.	Ffs.	Zoll.			
1	400	0	25	6	15	0	7.91	0	Das Gewicht der Röhre von 1300 Tonnen verursachte eine Durchbiegung von ziemlich 8 Zollen und 95 Tonnen, welche 4 Stunden lang in der Röhre gelassen wurden, vermehrten die Durchbiegung von 9.02 bis 9.25, also um 0.23 Zoll. Diese Last blieb noch 17 Stunden lang darin, wobei die Durchbiegung noch um 0.10 Zoll wuchs. Nachdem 301 Tonnen, ausschließlich des Gewichts der Röhre, eingelegt worden waren, wurde das Experiment nicht weiter fortgesetzt.
2	400	0	25	6	15	0	9.02	95	
3	400	0	25	6	15	0	9.50	154	
4	400	0	25	6	15	0	10.50	201	
5	400	0.	25	6	15	0	10.95	301	

Ein Experiment im Maßstabe der natürlichen Gröfse wurde als die beste Methode gehalten, zu richtigen Schlüssen zu kommen.

Das erste Gewicht von 95 Tonnen wurde auf einer Fläche von 70 □Fufs im Mittel der Röhre vertheilt.

Das zweite Gewicht wurde auf einer Fläche von 105 □Fufs in der Mitte ausgebreitet; das dritte auf einer Fläche von 150 □Fufs, und das letzte auf einer Fläche von 190 □Fufs in der Mitte.

Am 27. Februar 1848 um 10 Uhr Vormittags wehte ein starker Nordwestwind, welcher unter einem Winkel von ungefähr 50° auf die Röhre traf. Diefs verursachte eine oscillirende Bewegung, welche nach sorgfältiger Messung eine seitliche Durchbiegung von 0.23 Zoll erzeugte. Gegen Mittag erfolgten Windstöße, jedoch wurde die Röhre, obgleich merklich, doch nicht mehr als einen Viertelzoll seitlich durchgebogen.

Das Resultat dieses Versuchs bestätigte vollkommen die vorhergefaßte Meinung hinsichtlich der seitlichen Steifheit des

Bauwerkes, welches damals, so wie jetzt, beträchtlichen Widerstand gegen seitlichen Druck ausübte. Zieht man das grofse Gewicht der Röhre, ihre zellige Bauart an der Decke und am Boden und die Verbindung ihrer Theile in Betracht, so kann in Bezug auf die Sicherheit der Brücke nach der Seite kein Zweifel mehr da sein.

Einige Zeit nach Herstellung der ersten Röhre in Conway wurde die Wirkung der Sonnenwärme auf eine so grofse Eisenfläche aufmerksam beobachtet. Bei Sonnenaufgang an einem hellen kalten Morgen wurden die eingetheilten Scalen angesetzt und die Lage der Röhre genau angemerkt, worauf folgende Resultate erhalten wurden:

Zu Mittag, als die Sonne auf die Decke und auf eine Seite schien, wurde die Röhre nach dieser Richtung hin um **0.96** oder ziemlich um 1 Zoll gebogen. Bei Vergleichung der Durchbiegungen am Morgen vor Sonnenaufgang und zu Mittag, als die Temperatur bedeutend zugenommen hatte, ergab sich, dafs eine Abnahme von $\frac{7}{10}$ Zoll oder ein ebenso grofses Emporgehen in der Mitte der Röhre stattgefunden hatte*). Das Resultat dieses Temperaturwechsels war eine vermehrte Convexität in der Krümmung der Decke und des Bodens oder ein Heben der ganzen Röhre in der Mitte um **0.71** Zoll. Der Einflufs der Sonne war daher beträchtlich, und die Wirkung der Wärme auf die Decke hatte durch die Verlängerung dieses Theiles das ganze Gewicht der Röhre um drei Viertelzoll gehoben und dieselbe ausserdem um ziemlich drei Viertelzoll verlängert.

*) Unglücklicherweise war um diese Zeit die Temperatur nicht genau gemessen worden, indessen kann man annehmen, dafs die Temperatur der Atmosphäre am frühen Morgen auf dem Gefrierpunkte und zu Mittag einige Grad unter der Sonnenwärme war.

Gesamtergebnisse aus den Experimenten mit
rectangulären Röhren.

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Unterlagen.		Höhe der Röhre.	Breite der Röhre.	Blechstärke in Zollen.		Größte Durchbiegung.	Brechende Last.	Bemerkungen.
					Decke.	Boden.			
14	Ffs. Zoll		Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	Zoll.	lbs.	
14	17 6		9.6	9.6	0.075	0.272	1.10	3783	Brach durch Zusammen- drückung.
14 ^a	17 6		9.6	9.6	0.272	0.075	1.13	8293	(Umgedreht) durch Aus- dehnung.
15	17 6		9.6	9.6	0.075	0.142	0.94	3788	Zusammendrückung.
15 ^a	17 6		9.6	9.6	0.142	0.075	1.88	7148	(Umgedreht) Ausdehnung.
16	17 6		18.25	9.25	0.059	0.149	0.93	6812	Zusammendrückung.
16 ^a	17 6		18.25	9.25	0.149	0.059	1.73	12188	(Umg.) Zusammendrück.
17	24 0		15.00	2.25	0.160	0.160	2.66	17600	Zusammendrückung.
18	18 0		13.25	7.50	0.142	0.142	1.71	13680	Zusammendrückung.
23	18 6		13.00	8.00	0.066	0.066	1.19	8812	Zusammendrückung. Zelle an der Decke.
25	11 0		8.00	1.00	0.282	0.116	0.75	11254	Zusammendrückung. Zelle an der Decke.
29	19 0		15.40	7.75	0.230	0.180	1.59	22467	Seiten verdreht. Decke gedrückt.

Proberöhre.

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Unterlagen.		Höhe der Röhre.		Breite der Röhre.		Querschnittsfläche.		Größte Durchbiegung.	Brechende Last.	Bemerkungen.
							Decke.	Boden.			
	Fufs. Z.	F. Z.	F. Z.	F. Z.	QZoll.	QZoll.		lbs.			
1	75 0	4 6	2 11	24.02	8.80	. . .	79578	Brach durch Ausdehnung.			
2	75 0	4 6	2 11	24 02	12.80	. . .	97102	Wurde verschoben.			
3	75 0	4 6	2 11	24.02	12.80	. . .	126128	Durch Ausdehnung.			
4	75 0	4 6	2 11	24.02	17.80	. . .	148129	Durch Ausdehnung.			
5	75 0	4 6	2 11	24.02	22.45	. . .	129009	Dieses Gewicht blieb hängen. Die Röhre wurde umgelegt			

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Unterlagen.	Höhe der Röhre.	Breite der Röhre.	Querschnittsfläche.		Größte Durchbiegung.	Brechende Last.	Bemerkungen.
				Decke.	Boden.			
	Fufs. Z.	F. Z.	F. Z.	QZoll.	QZoll.		lbs.	
6	75 0	4 6	2 11				26781	Dieses Experiment wurde nicht weiter fortgesetzt.
7	75 0	4 6	2 11	24.02	22.45	...	135255	Dieses Gewicht blieb 9 Tage lang an der Röhre.
8	75 0	4 6	2 11	24.02	22.45	...	135255	Brach durch Ausdehnung.
9	75 0	4 6	2 11	24.02	22.45	...	154452	Brach durch Ausdehnung.
10	75 0	4 6	2 11	24.02	22.45	...	192892	An der Decke zusammen- gedrückt.

Es wird von Interesse sein, das Gewicht einer Röhre mit seinem brechenden Gewichte zu vergleichen.

Vergleichung der Gewichte und Festigkeiten cylindrischer Röhren.

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Stützen.		Gewicht der Röhre.	Brechende Last.	Verhältniß derselben.	Durchmesser.	Blechstärke.
	Fufs.	Zoll.	lbs.	lbs.		Zoll.	Zoll.
1	17	0	102	3040	1 : 29.0	12.18	0.034
2	17	0	107	2704	1 : 25.2	12.00	0.037
3	15	7½	392	11440	1 : 29.1	12.40	0.131
4	23	5	334	6400	1 : 29.1	18.26	0.058
5	23	5	346	6400	1 : 18.5	17.68	0.063
6	23	5	777	14240	1 : 18.3	18.18	0.119
7	31	3¼	907	9760	1 : 10.7	24.10	0.095
8	31	3¼	1385	14240	1 : 10.2	24.30	0.095
9	31	3½	1005	10880	1 : 10.8	24.20	0.135

Vergleichung der Gewichte und Festigkeiten elliptischer Röhren.

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Stützen.		Gewicht der Röhre.	Brechen- des Ge- wicht.	Verhältniß derselben.	Durchmesser.	
						Verticaler.	Hori- zontaler.
	Fufs.	Zoll.	lbs.	lbs.		Zoll.	Zoll.
19	17	0	109	2100	1 : 19.2	14.62	9.25
20	24	0	708	17076	1 : 24.1	21.66	13.50
21	24	0	357	7714	1 : 21.7	21.25	14.12
22	18	6	232	6867	1 : 29.6	12.00	7.50
23	18	6	232	5648	1 : 24.3	12.00	7.50
24	17	6	374	15490	1 : 40.0	15.00	9.75

Vergleichung der Gewichte und Festigkeiten rectangulärer Röhren.

Nummer des Experiments.	Lichte Weite zwischen den Stützen.		Gewicht der Röhre.	Brechende Last.	Verhältniß derselben.	Dimensionen der Röhre.	
						Höhe.	Breite.
	Fufs.	Zoll.	lbs.	lbs.		Zoll.	Zoll.
14	17	6	202	3738	1 : 18	9.6	9.6
14 ^a	17	6	384	8273	1 : 21	9.6	
15	17	6	255	3788	1 : 14	9.6	
15 ^a	17	6	255	7148	1 : 28	9.6	12.0
16	17	6	317	6812	1 : 21	18.25	9.25
16 ^a	17	6	317	12188	1 : 38	18.25	9.2
17	24	0	788	17600	1 : 22	15.0	2.25
23	18	6	267	8812	1 : 33	13.0	8.0
29	19	0	500	22469	1 : 50	15.4	7.75

Aus diesen Experimenten geht hervor, daß bei constanter Länge das Verhältniß des Gewichtes der Röhre zu der brechenden Last direct mit der Höhe der Röhre variirt.

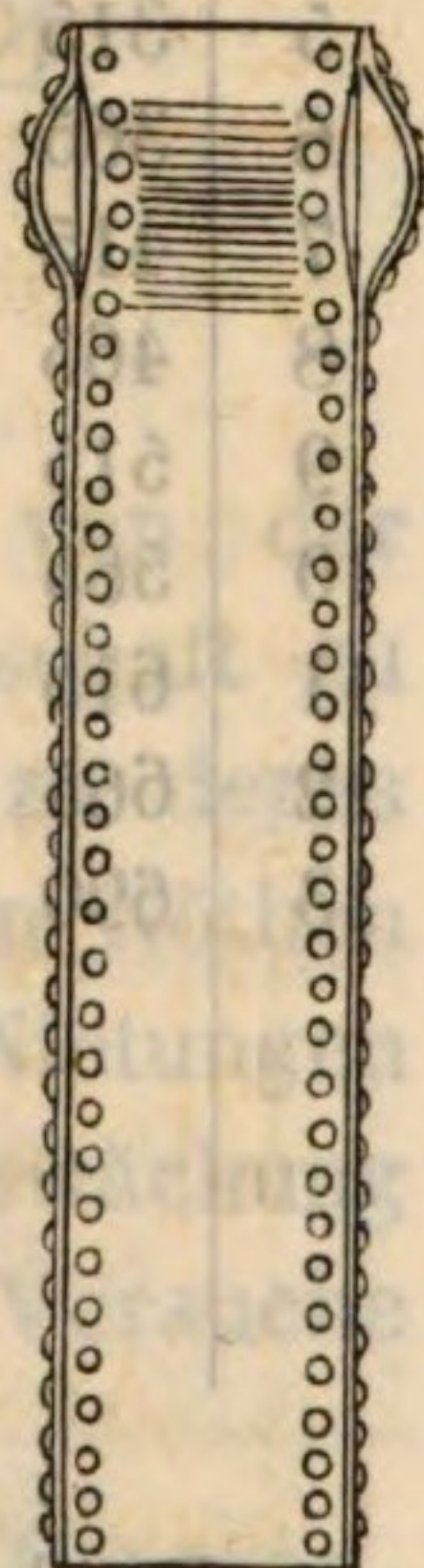
A n h a n g II.

William Fairbairn's Experimente über die rückwirkende Festigkeit rectangulärer Röhren.

Es existirten bisher keine Versuche über die respective Festigkeit eiserner Röhren, deren Resultate von einiger praktischer Brauchbarkeit gewesen wären, da die vom Professor Hodgkinson im Jahre 1848 angestellten mit Modellen zu kleiner Dimension vorgenommen worden waren. Da zur Construction der Decke der Röhrenbrücke eine genauere Kenntniss dieser Festigkeit nöthig war, so wurden die nachstehenden Versuche in der Fairbairn'schen Fabrik zu Manchester unter Leitung Fairbairn's angestellt, und wir glauben durch ihre Mittheilung dem praktischen Techniker von Nutzen zu sein, da die Anwendung hohler Eisenblechconstructions für Gestelle und Säulen, die bei großer Festigkeit sehr leicht sein sollen, nach englischem Vorgange, immer mehr in Aufnahme kommen wird.

Die Experimente wurden mit einer 8 Fuß langen, 18 Zoll breiten und hohen Röhre angestellt, welche aus halbzolligen Platten mit Winkeleisen zusammengenietet war, wie beistehende Skizze zeigt.

Die Röhre wurde vertical unter eine hydraulische Presse (den Herren Benjamin Hick u. Co. in Bolton gehörig) von bester Construction gestellt.



Dieselbe hatte 4 Cylinder und Stempel, und der Druck wurde während der verschiedenen Stadien des Experiments durch einen außerordentlich empfindlichen Hebel mit sorgfältig eingetheilter Scala angezeigt. Die folgende Tabelle zeigt den Druck auf die Röhre und die Biegung derselben unter den verschiedenen Belastungen.

Rectanguläre Röhre von 8 Fufs Länge, 1 Fufs 6 Zoll Breite und Höhe, aus halbzolligen Platten und Winkeleisen bestehend.

Querschnittsfläche der Röhre = 50 □ Zoll.

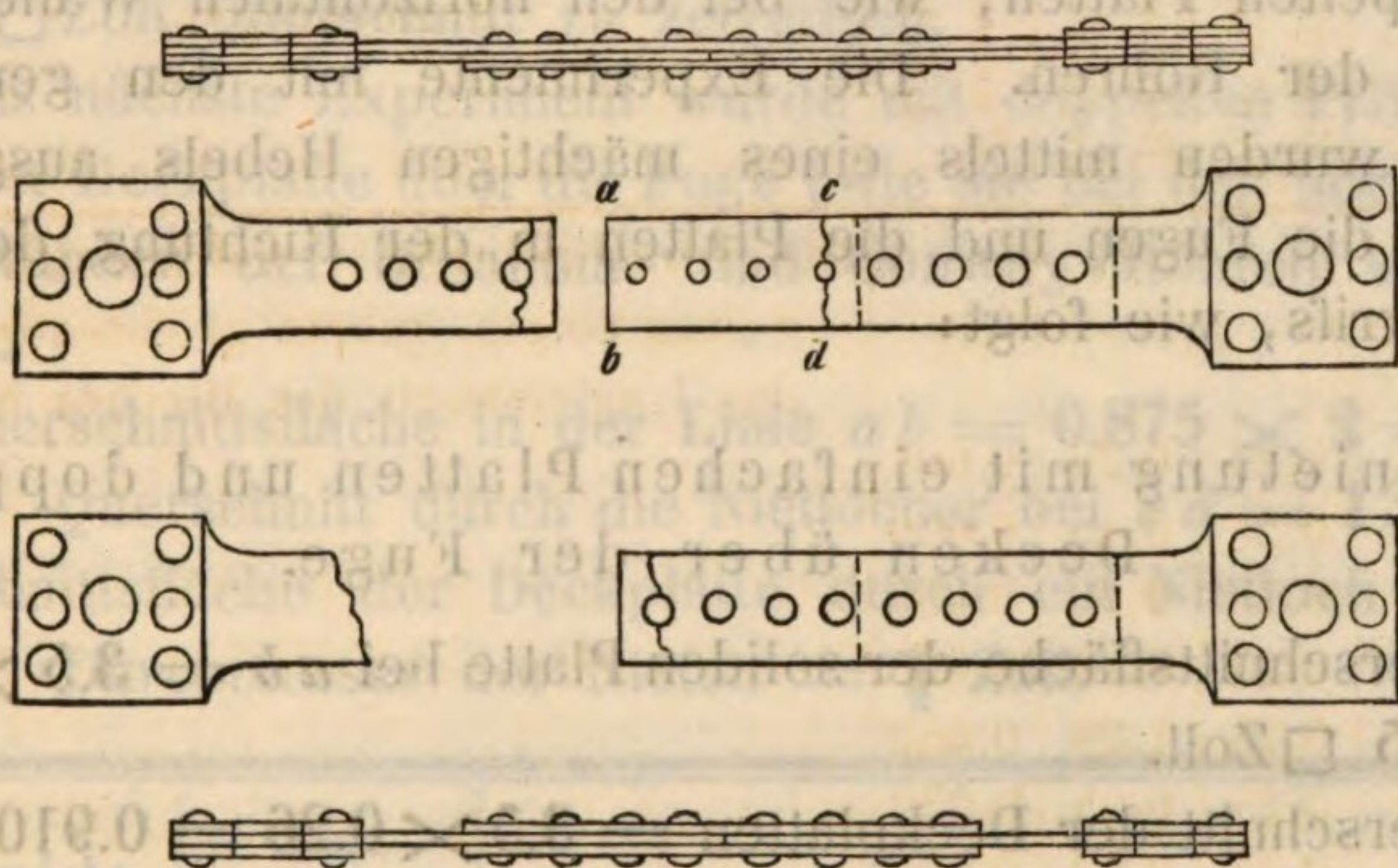
Nummer des Experiments.	Druck in Tonnen.	Biegung an der Seite A.	Biegung an der Seite B.	Zusammen-drückung.	Bemerkungen.
1	115				Die Verschiedenheit, welche sich an den Seiten zeigte, rührte größtentheils von der Ungleichheit des Bleches her.
2	165	0.25	0.20	0.000	
3	215	0.25	0.48	0.000	
4	265	0.25	0.70	0.000	
5	315	0.25	0.70	0.025	
6	365	0.25	1.20	0.032	
7	415	0.25	0.95	0.032	
8	465	0.25	0.70	0.030	
9	515	0.50	0.95	0.042	
10	565	0.75	0.95	0.061	
11	615	0.75	1.75	0.063	
12	665	1.00		0.160	
13	690				Kurz bevor dieser ganze Druck auf die Röhre wirkte, gab dieselbe allmählig nach. Sie wurde endlich an drei Seiten auseinander gebogen, wie in der Zeichnung dargestellt ist.

Rechnet man 680 Tonnen als zusammendrückende Kraft, so ist die rückwirkende Festigkeit auf den □ Zoll $= \frac{680}{50} = 13.6$ Tonnen. Die Verbindung von Zellen, sowie die eigen-

thümliche Art, in welcher die zusammendrückende und ausdehnende Kraft wirkt, trägt wahrscheinlich zu der großen Festigkeit bei, welche bei den Röhren mit Zellen beobachtet worden ist.

Die ganze rückwirkende Festigkeit der Zellendecke der Conway-Röhre ist $= 670 \times 13.6 = 9112$ Tonnen.

Experimente über die Festigkeit von Nietungen und die Widerstände eiserner Bleche in der Richtung der Fibern und rechtwinklig auf dieselben geprüft (wie die Skizze zeigt).



Wenn der Techniker bisher im Stande war, von der Festigkeit aller Theile seiner Constructionen Rechenschaft zu geben, so war ihm dieß doch bei denen unmöglich, zu deren Herstellung das Zusammennieten von Blechplatten von Nöthen war, da die Ansichten über die Form der festesten Nietungen sowohl wie über das Maß der durch sie bewirkten Schwächung der Festigkeit der Bleche, bei dem Mangel aller Versuche darüber, sehr getheilt und schwankend waren.

Die technische Welt ist daher den Erbauern der Conway-Brücke zu Dank verpflichtet, daß sie auch diesem schwierigen, nur mit Hülfe so guter Vorrichtungen, wie dort zur Hand waren, erschöpfend zu behandelnden Gegenstand ihre Auf-

merksamkeit zugewandt und nicht allein die Methode, welche die festeste Nietung erzeugt, sondern auch das Maß der Festigkeit derselben bestimmt haben.

Es wurde doppelte, dreifache und vierfache Nietung versucht, aber wegen der durch die Nietlöcher hervorgebrachten Schwächung der Bleche wieder verlassen, bis nach wiederholten Versuchen das Princip der Längen- oder Kettennietung angenommen wurde. Obgleich man sich von der Ausführbarkeit dieses Nietsystems überzeugt hatte, so war es doch wünschenswerth, dasselbe durch Experimente zu prüfen. Diefes geschah bei zwei verschiedenen Arten der Plattenverbindung, nämlich erstens mit einfachen Platten, wie bei den senkrechten Wänden der Röhrenzellen der Conway-Brücke, und zweitens mit doppelten Platten, wie bei den horizontalen Wänden des Bodens der Röhren. Die Experimente mit den genieteten Platten wurden mittels eines mächtigen Hebels ausgeführt, welcher die Fugen und die Platten in der Richtung der Nietreihe zerrifs, wie folgt:

Kettennietung mit einfachen Platten und doppelten Decken über der Fuge.

Querschnittsfläche der soliden Platte bei $ab = 3.5 \times 0.25 = 0.875$ □ Zoll.

Querschnitt der Deckplatten $= 3.5 \times 0.26 = 0.910$ □ Zoll.

Querschnitt durch die Nietlöcher bei $cd = 3 \times 0.25 = 0.750$ □ Zoll.

Durchmesser der Nieten $\frac{1}{2}$ Zoll, 4 auf jeder Seite der Fuge, wie die Skizze zeigt.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Ver- längerung in Zollen.	Bemerkungen.
1	5600		Gewicht des Hebels.
2	26656		
3	28448		
4	30240	0.021	
5	32032	0.034	

Nummer.	Gewicht in lbs.	Ver- längerung in Zollen.	Bemerkungen.
6	33824	0.034	
7	35626	0.044	
8	37418	0.052	
9	39210	0.056	
10	41002		Zerrifs durch das Nietloch bei <i>c d</i> , nachdem diese Last einige Secunden lang gewirkt hatte.

Da der Querschnitt der Platte an der zerrissenen Stelle $= 0.75 \square$ Zoll war, so mußte also eine Kraft von **24.41** oder ziemlich **24½** Tonnen erforderlich sein, um eine Platte von einem $\square$ Zoll Querschnitt zu zerreißen.

Das nächste Experiment wurde mit doppelten Platten und einfacher Deckplatte über die Fuge (wie sie bei den horizontalen Bodenwänden der Britannia- und Conway-Röhren sind) an- gestellt.

Querschnittsfläche in der Linie *ab* $= 0.875 \times 2 = 1.750$ $\square$ Zoll. Querschnitt durch die Nietlöcher bei *cd* $= 1.5 \square$ Zoll. Querschnittsfläche der Deckplatte durch ein Nietloch $= 0.91$ $\square$ Zoll. Durchmesser der Nieten $= \frac{1}{2}$ Zoll.

Nummer.	Gewicht in lbs.	Ver- längerung in Zollen.	Bemerkungen.
1	5600		Gewicht des Hebels.
2	26656	0.016	
3	37408	0.025	
4	46368	0.028	
5	55328	0.057	
6	62496	0.100	
7	69664		Zerrifs, indem dicht an der Platte die Nieten abgeschnitten wurden, wie die Skizze zeigt.

Bei dem letzten Experimente erfolgte also das Zerreißen, indem die solide Platte auf der einen Seite zerrifs und die Nieten auf der andern Seite abgeschnitten wurden. Der Quer-

schnitt des Bruches war daher $= 0.875 + 0.785 = 1.66$ □ Zoll, woraus sich die absolute Festigkeit auf den □ Zoll zu 18.73 Tonnen ergibt.

Da die Festigkeit der Niete mit der der doppelten Platten nicht in richtigem Verhältnisse stand, so wurde der Durchmesser jener von einem halben Zoll auf fünf Achtelzoll vergrößert, wodurch der Querschnitt der Niete dem der Platten nahe kam und die erforderliche Festigkeit erlangt wurde. Bei derartig verbundenen Fugen ist die Festigkeit der Niete ziemlich der der Platten gleich, oder mit andern Worten, die Festigkeit der Niete verhält sich zu der der Platten, wie ihre Querschnitte, wenn bei letzteren der Querschnitt durch die Nietlöcher genommen wird.

Bei den einfachen Platten waren die halbzolligen Niete mehr als hinreichend, um die Platten zum Reißen zu bringen, bei den doppelten Platten jedoch gaben die Niete nicht genug Widerstand, da die resp. Querschnittsflächen bei ersteren, wie $0.785 : 0.750$, bei letzteren, wie $0.785 : 1.500$ sich verhielten. Diese Thatsachen sind für die Herstellung aller Nietungen von großem Werthe, um so mehr, als sie Veranlassung dazu gaben, den Querschnitt der Niete bei den doppelten Platten ziemlich eben so groß, als den der letzteren zu machen. Dasselbe Princip muß bei allen hohlen, schmiedeeisernen Trägern, welche dem Zerreißen unterworfen sind, beobachtet werden.

Die Untersuchung der Festigkeit eiserner gewalzter Platten ist kein neuer Gegenstand. Ein Bericht der *British Association for the Advancement of Science* vom Jahre 1840 sagt hierüber unter Anderm Folgendes:

„Die zu untersuchenden Platten waren von gleichmäßiger Stärke und an den Enden derselben andere Platten angenietet, und daselbst Löcher zum Durchstecken von Bolzen und Anhängen von Gewichten durchgebohrt. Die Platten waren in der Mitte etwas schmaler, damit das Zerreißen an diesem Punkte stattfinden sollte. Die Resultate waren folgende:

„Mittlere Belastung in Tonnen zum Zerreißen eines □ Zolles, wenn dieselbe in Richtung der Fibern wirkte:

Platten aus Yorkshire	25.77	} Mittel: 22.52 Tonnen.
Desgl.	22.76	
Platten aus Derbyshire	21.68	
Platten aus Shropshire	22.83	
Platten aus Staffordshire . . .	19.56	

„Mittlere Belastung in Tonnen zum Zerreißen eines □ Zolles, wenn dieselbe rechtwinklig gegen die Richtung der Fibern wirkte:

Platten aus Yorkshire	27.49	} Mittel: 23.04 Tonnen.
Desgl.	26.04	
Platten aus Derbyshire	18.65	
Platten aus Shropshire	20.00	
Platten aus Staffordshire . . .	21.01	

„Diese Experimente zeigen, daß wenig oder kein Unterschied in der Festigkeit eiserner Platten ist, wenn sie in Richtung oder rechtwinklig gegen die Richtung der Fibern gezogen werden.

„In Folgendem sind die Resultate aus einer großen Reihe von Experimenten über die Festigkeit genieteteter Platten gegeben. Es wurde dieselbe Art Platten angewendet, wie bei den vorigen Experimenten, doch waren dieselben um so viel breiter, daß ihr Querschnitt eben so groß war, wie bei jenen, nachdem die Nietlöcher durchgestoßen waren.

„Mittlere Belastung in lbs. zum Zerreißen von 4 Platten von gleichem Querschnitte, welche durch eine einfache Reihe Nieten zusammengenietet waren:

20127	} Mittel: 18590 lbs.
16107	
18932	
19147	

„Mittlere Belastung in lbs. zum Zerreißen von 4 Platten von demselben Querschnitte, wie bei den vorigen, welche jedoch durch eine doppelte Reihe von Nieten mit einander verbunden waren:

22699
 23371
 20059
 22902

Mittel: 22258 lbs.

„Die Festigkeit einfach genieteteter Platten verhält sich daher zu der doppelt genieteteter wie 18590 : 22258. Nimmt man jedoch die Resultate aus sämtlichen Experimenten, so ist dieses Verhältniß 18591 : 25030 oder wie 742 : 1000.

„Vergleicht man die Festigkeit der Platten für sich mit der einfach genieteteter und doppelt genieteteter Verbindungen, so ergeben sich folgende Werthe:

Für die Festigkeit der Platte 100.

Für die der doppelt genieteten Verbindung 70.

Für die der einfach genieteten Verbindung 56.

„Die Festigkeit der Platten und der doppelt und einfach genieteten Verbindungen derselben kann daher durch die Zahlen 100, 70 und 56 ausgedrückt werden.“

Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
1	Cwt. Q. lbs. 0. 3. 24	6' 9"	5	1' 3"	2.24	1.91	0.78	4.93	Cwt. Q lbs. 4. 0. 14
2	0. 3. 23	6' 9"	11	0' 7"	1.76	1.755	0.917	4.432	7. 3. 0
3 (North)	0. 3. 14	6' 9"	keine	—	1.77	1.86	0.76	4.39	4. 0. 14
3 (South)	0. 3. 18	6' 9"	keine	—	2.00	1.829	0.69	4.519	4. 0. 14
4 (North)	0. 3. 22	6' 9"	keine	—	1.98	1.97	0.80	4.75	4. 0. 14

Gesamtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs.</i> 2. 19. 3. 16	5.55	—	—	Die Last war auf beiden Seiten der mittlern Seitenrippe mittels eines Querholzes aufgelegt, welches auf den untern Flangen zweier Träger ruhte. — Die Gesamtlast beim Brechen schließt das reducirte Gewicht des Hebels, der Wagschale etc. und das halbe Gewicht des Trägers in sich. — Brach genau an der Seitenrippe, wo das Gewicht angebracht war. — Gerader Bruch. — Aus der Untersuchung der Bruchfläche ergab sich, daß der Träger von seitlicher Drehung gebrochen war, da das Korn an der Außenseite dicht und zusammengedrückt, an der innern Seite jedoch ausgedehnt und lose war. 1 Tonne (T) = 20 Centner (Cwt.), 1 Centner = 4 Quarters (Q), 1 Quarter = 28 Pfund.
4. 10. 1. 25	4.57	0.55''	—	Die Last war auf der obern Seite eines Trägers angebracht. — Brach in der Mitte beim Auflegen des letzten Gewichtes von 1 Cwt. 0 Q. 14 lbs. — Ein kleiner Riß war an der Verbindungsstelle der Mittelrippe mit der untern Flange sichtbar.
2. 13. 1. 3	4.68	0.36''	0.23''	Die Last war auf den untern Flangen zweier Träger angebracht. — Brach beim Auflegen des letzten Gewichtes von 4 Cwt. 1 Q. 20 lbs. — Bei Untersuchung der Bruchfläche fand sich, daß die untere Flange von der Mittelrippe sich auf beiden Seiten des Bruches ungefähr $1\frac{1}{4}$ Zoll weit losgetrennt hatte. — <i>North</i> und <i>South</i> bedeutet hier so viel wie rechts und links.
2. 13. 1. 5	5.18	0.31''	0.35''	Ist nicht gebrochen.
3. 11. 2. 3	5.14	0.48''	—	Die Last war auf den untern Flangen zweier Träger angebracht. — Die Eisenplatte auf

Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
	<i>Cwt. Q. lbs.</i>								<i>Cwt. Q. lbs.</i>
4 (South)	0. 3. 18	6' 9"	keine	—	2.00	1.829	0.69	4.519	4. 0. 14
5 (North)	0. 3. 22	6' 9"	keine	—	2.00	1.98	0.858	4.838	4. 0. 14
5 (South)	0. 3. 18	6' 9"	keine	—	2.00	1.829	0.69	4.519	4. 0. 14
6 (North)	0. 3. 22	6' 9"	keine	—	2.00	1.97	0.858	4.828	4. 0. 14
6 (South)	0. 3. 20	6' 9"	keine	—	1.938	1.96	0.77	4.668	4. 0. 14

Gesamtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs.</i>				
3. 11. 2. 1	—	0.40"	0.35"	dem Querholze, auf welcher die Last zwischen den Trägern angebracht wurde, berührte die obere Flange und hinderte daher eine seitliche Biegung des Trägers. — Der Träger brach in der Mitte ungefähr eine Minute, nachdem das letzte Gewicht von 4 Cwt. 2 Q. 0 lbs. aufgelegt worden war. — Bei Untersuchung des Bruches fand sich, daß die untere Flange sich von der Mittelrippe halb durch und 1¼ Zoll weit auf jeder Seite des Bruches losgetrennt hatte. — Ein kleiner dunkler Fleck (von einem Stückchen Coke herrührend) war an der Vereinigungsstelle der untern Flange mit der Mittelrippe sichtbar.
3. 11. 1. 7	—	0.37"	0.20"	Ist nicht gebrochen.
3. 9. 0. 5	5.18	0.39"	0.195"	Ist nicht gebrochen. — Permanente Biegung 0.1". — Die Biegung der Flange, auf welche die Last nicht gelegt war, war viel geringer als in der andern, aber größer als in der correspondirenden Flange des andern Trägers (<i>South</i>). Dieser Träger trug erst 3 T. 10 Cwt. 5 Q. 5 lbs.; dann wurden die Gewichte heruntergenommen, um Etwas an der Vorrichtung zu ändern, wonach der Träger eine permanente Biegung von 0.03" behielt. Nachdem die Gewichte wieder aufgelegt worden, brach derselbe bei 3. 9. 0. 5. — Die untere Flange war von der Mittelrippe ungefähr 3 Zoll weit getrennt. — Ein kleiner dunkler Fleck auf der Bruchfläche.
3. 14. 2. 21	—	0.395"	0.22"	Ist nicht gebrochen.
3. 14. 2. 20	5.06	0.425"	0.485"	Gerader Bruch. — Eine geringe Trennung der untern Flange von der Mittelrippe an der tragenden Seite.

Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
7	Cwt. Q. lbs. 0. 3. 22	6' 9"	keine	—	2.00	1.97	0.858	4.828	Cwt. Q. lbs. 7. 3. 0
8	0. 3. 20	6' 9"	keine	—	1.90	1.78	0.80	4.48	7. 3. 0
9	0. 3. 14	6' 9"	11	0' 7"	1.86	1.70	0.79	4.35	7. 3. 0
10 (North)	0. 3. 24	6' 9"	7	0' 11"	—	—	—	—	4. 0. 14
10 (South)	0. 3. 20	6' 9"	5	1' 3"	1.91	1.96	0.77	4.64	4. 0. 14
11 (North)	0. 3. 24	6' 9"	7	0' 11"	—	—	—	—	4. 0. 14
11 (South)	0. 3. 17	6' 9"	7	0' 11"	1.82	1.96	0.72	4.50	4. 0. 14

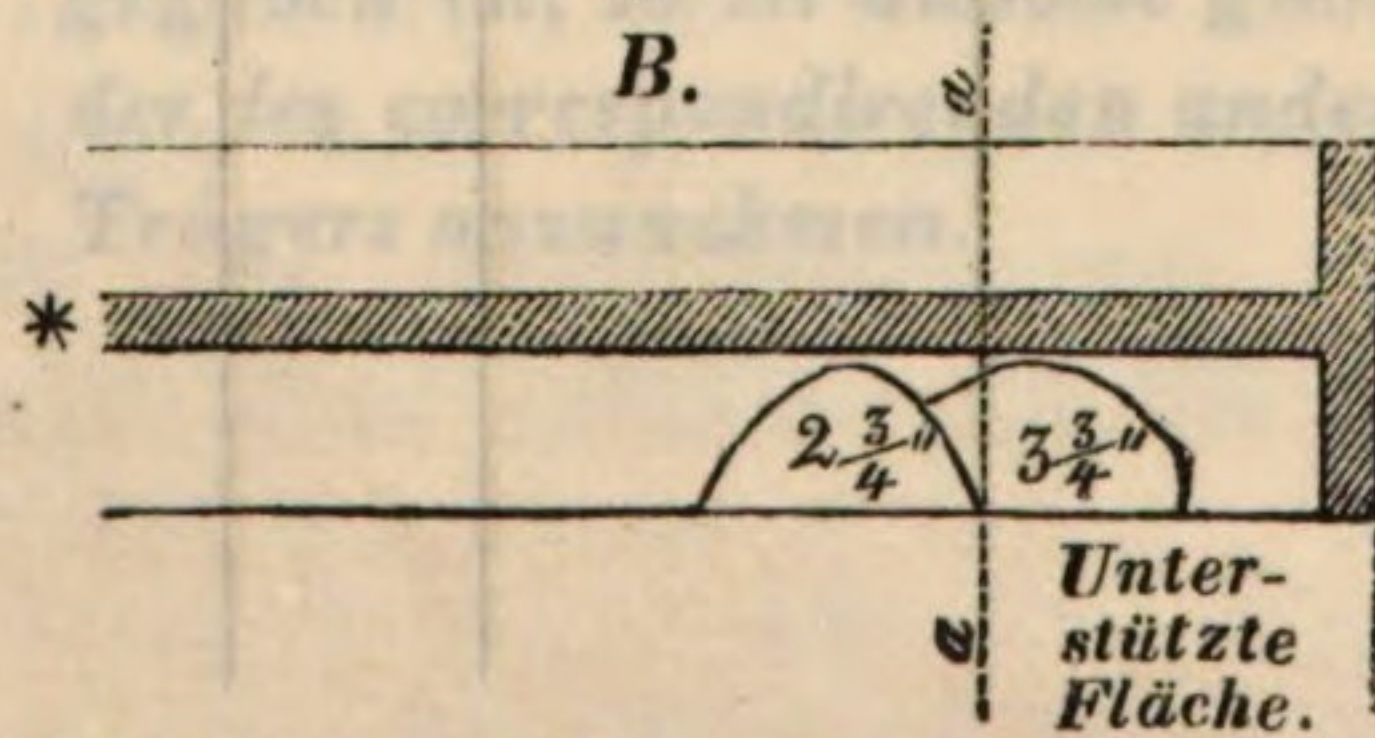
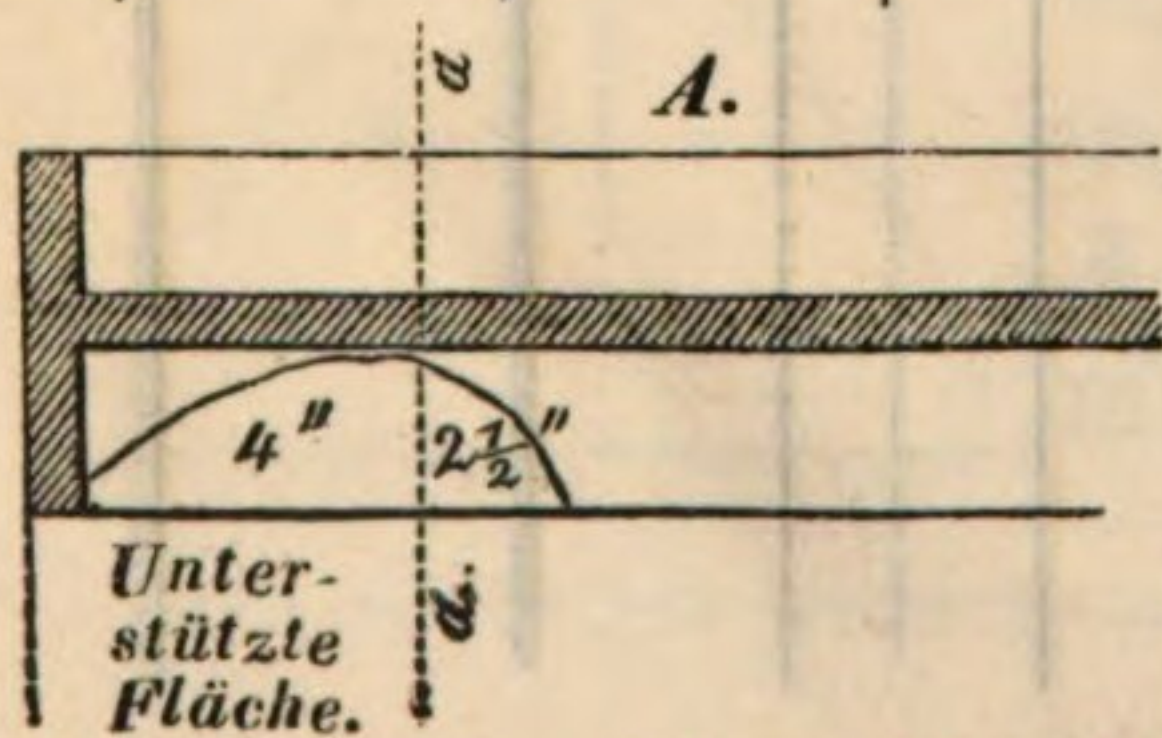
Gesamtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs.</i> 5. 13. 0. 25	5.16	0.68''	—	Die Last war auf der obern Seite in der Mitte eines Trägers angebracht. — Eine kleine fehlerhafte Stelle im Eisen zwischen der Mittelrippe und untern Flange. — Ein keilförmiges Stück brach aus, wie in der Zeichnung <i>A.</i> angedeutet ist. — Der Träger brach ungefähr 1 Minute nach dem Auflegen des letzten Gewichts von 1 C. 14 lbs.
5. 2. 0. 24	4.84	0.58''	—	Die Last war auf der obern Seite eines Trägers angebracht.
5. 1. 2. 21	4.68	0.63''	—	Die Last oben auf einem Träger. — Brach durch die mittlere Seitenrippe beim Auflegen des letzten Gewichtes. — Ein kleiner Riss in der untern Flange. — Das Eisen war grobkörnig und weich.
3. 1. 0. 22	—	0.325''	0.15''	Das Gewicht war 5½ Zoll von der Mitte des Trägers zwischen zwei Seitenrippen angebracht. — Dieser Träger ist nicht gebrochen. — Keine merkliche Biegung in der äußern Flange.
3. 1. 0. 20	5.00	0.34''	0.40''	Brach beim Auflegen des letzten Gewichts von 1 Cwt. 14 lbs. — Die untere Flange war von der Mittelrippe auf eine Länge von 4 Zollen losgetrennt. — Die Biegung der äußern Flange kaum bemerkbar.
3. 15. 3. 8	—	0.37''	0.21''	Die Last war in der Mitte zweier Träger auf der untern Flange zwischen zwei Seitenrippen angebracht. — Die Biegung der äußern Flange sehr gering. — Der Träger brach nicht.
3. 15. 3. 4	4.85	0.40''	0.275''	Der Träger brach beim Auflegen des letzten Gewichtes von 1 Cwt. 14 lbs. — Ein dreieckiges Stück von circa 2 Zoll Länge brach aus der untern Flange da, wo die Last angebracht war.

Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
12 (North)	Cwt. Q. lbs. 0. 3. 24	6' 9"	7	0' 11"	—	—	—	—	Cwt. Q. lbs. 4. 0. 14
12 (South)	0. 3. 16	6' 9"	11	0' 7½"	1.97	1.62	0.70	4.29	4. 0. 14
13 (North)	0. 3. 17	6' 9"	11	0' 7½"	—	—	—	—	4. 0. 14
13 (South)	0. 3. 22	6' 9"	11	0' 7½"	1.99	1.72	0.69	4.40	4. 0. 14
14 (North)	0. 3. 17	6' 9"	11	0' 7½"	1.95	1.84	0.76	4.55	4. 0. 14

Gesamtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs</i> 2. 17. 3. 8	—	0.31''	0.16''	Die Last war in der Mitte auf der untern Flange zwischen zwei Seitenrippen angebracht. — Der Träger brach nicht. Das Gewicht von 2 <i>T.</i> 13 <i>Cwt.</i> 1 <i>Q.</i> 8 <i>lbs.</i> blieb 2 Stunden lang auf dem Träger, ohne daß die Biegung, welche niederwärts 0.29'' und seitwärts 0.15'' war, sich veränderte.
2. 17. 3. 4	4.83	0.36''	0.22''	Gerader Bruch. — Ein dunkler Fleck war an der Vereinigungsstelle der untern Flange mit der Mittelrippe sichtbar. — Die untere Flange mit der Mittelrippe sichtbar. — Die untere Flange war auf eine Länge von $4\frac{1}{4}$ Zoll von der Mittelrippe getrennt. — Das Gewicht von 2 <i>T.</i> 13 <i>Cwt.</i> 1 <i>Q.</i> 4 <i>lbs.</i> blieb 2 Stunden auf dem Träger, ohne daß die Biegung sich veränderte.
4. 1. 1. 18	—	0.445''	0.40''	Die Last war auf beiden Seiten der mittlern Seitenrippe auf den untern Flangen zweier Träger angebracht. Der Träger brach nicht.
3. 1. 1. 21	4.95	0.505''	0.43''	Der Bruch ist in der Zeichnung <i>B.</i> dargestellt. Bei Untersuchung des Bruches ergab sich, daß hauptsächlich eine seitliche Drehung das Brechen beschleunigt hatte, da das Korn an der Außenseite dicht und an der innern Seite gedehnt war, und da der Keil, welcher aus der obern Flange heraus sprang, auf der innern Seite $\frac{1}{4}$ Zoll weiter war als auf der äußern.
4. 1. 1. 18	4.978	0.51''	0.435''	Die Last war auf beiden Seiten der mittlern Seitenrippe auf den untern Flangen zweier Träger angebracht. Der Träger brach ungefähr $\frac{1}{2}$ Minute nach dem Auflegen des letzten Gewichtes in Folge seitlicher Biegung. Ein keilförmiges Stück flog aus dem obern Theile des Trägers einige Yard weit weg.

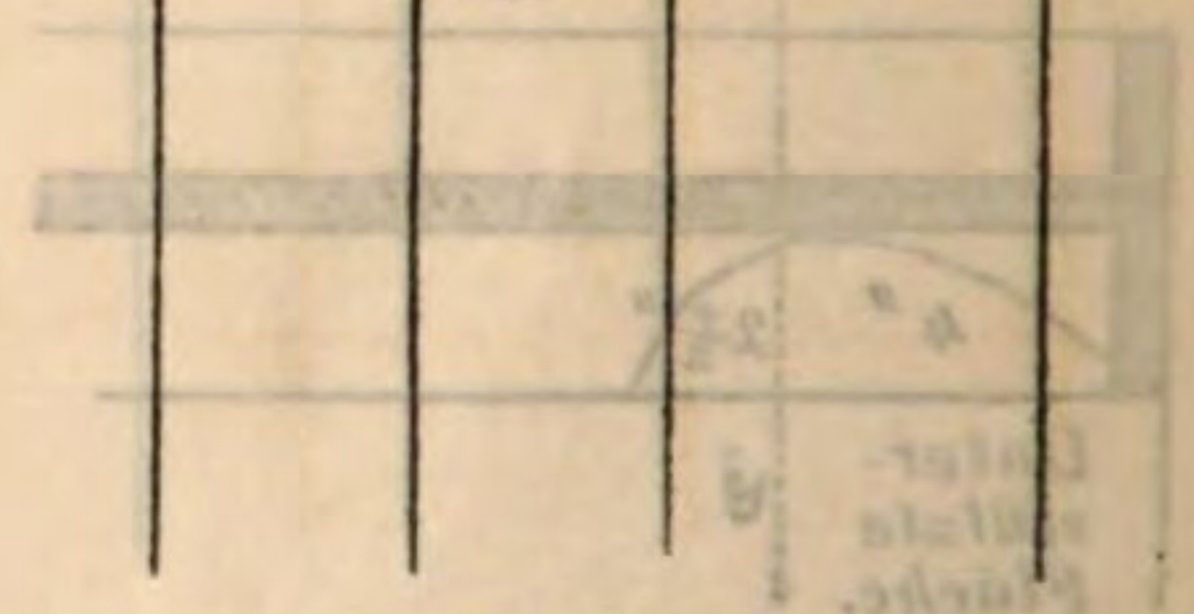
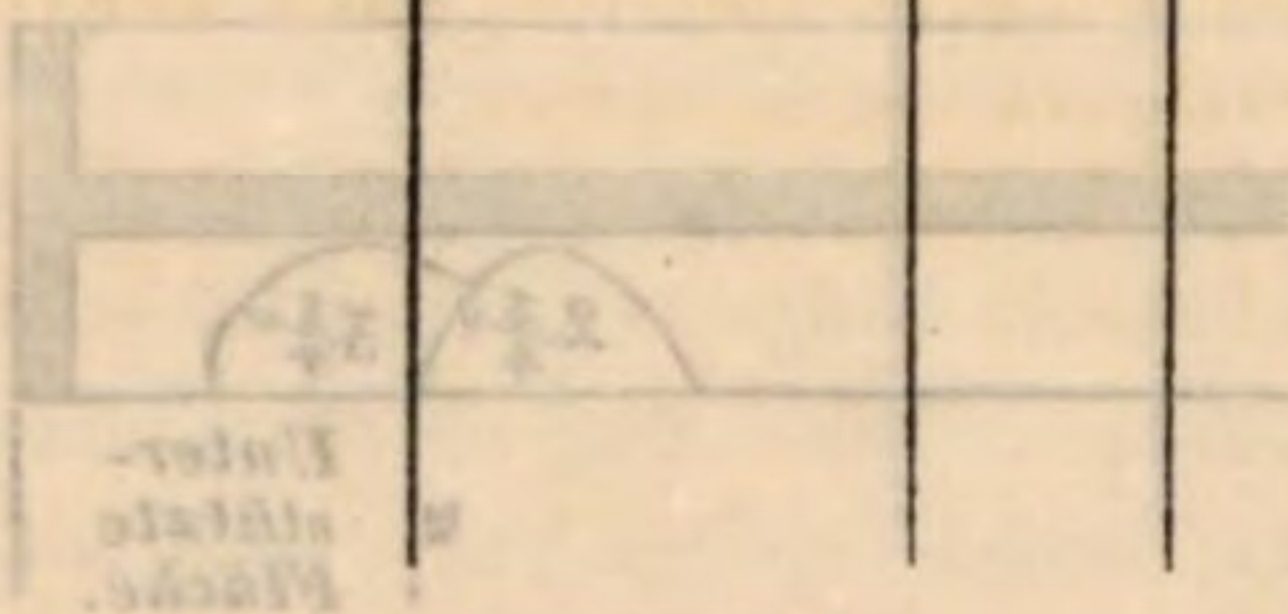
Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
14 (South)	Cwt. Q. lbs. 0. 3. 24	6' 9"	7	0' 11'	wie	Nr. 10,	11 u 12	(North)	Cwt. Q. lbs. 4. 0. 14
15	0. 3. 16	6' 9"	keine	—	1.99	1.70	0.77	4.46	7. 3. 0
16	0. 3. 19	6' 9"	keine	—	2.05	1.82	0.80	4.67	7. 3. 0
17	0. 3. 12	6' 9"	keine	—	1.95	1.65	0.84	4.44	7. 3. 0
18 (North)	0. 3. 24	6' 9"	7	0' 11½"	2.08	2.20	0.80	5.08	4. 0. 14
18 (South)	1. 0. 0	6' 9"	11	0' 7"	wie	Nr. 22			4. 0. 14
19 (North)	0. 3. 23	6' 9"	11	0' 7"	1.73	1.79	1.25	4.77	4. 0. 14
19 (South)	1. 0. 0	6' 9"	11	0' 7"	wie	Nr. 18		(South)	4. 0. 14
20	0. 3. 15	6' 9"	keine	—	—	—	—	—	9. 3. 0

Gesamtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs.</i>	<i>T. C. Q. lbs.</i>			
4. 1. 1. 22	—	0.425''	0.425''	Dieser Träger brach nicht.
4. 17. 0. 22	4.14.1.20	0.67''	—	Die Last war oben auf einem Träger angebracht. — Die untere Seite war gerade, als ein Zeugniß gegen gekrümmte Träger. — Das Gufseisen war sehr dunkel. — Durch das Gewicht des Hebels etc. war die Biegung niederwärts 0.15''.
5. 8. 1. 24	5.16	0.69''	0.2''	Die Last war oben auf einem Träger angebracht. — Stichmaß der Krümmung der untern Seite 3 $\frac{1}{4}$ Zoll.
5. 1. 2. 20	4.84	0.66''	0.17''	Die Last war oben auf einem Träger angebracht. Stichmaß der Krümmung 3 $\frac{1}{4}$ Zoll.
3. 16. 3. 22	5.61	0.46''	0.345''	Die Last war auf beiden Seiten der mittlern Seitenrippe auf der untern Flange zweier Träger angebracht. — Ein sehr dunkler Guß. — Die Seitenrippe, an welcher die Last angebracht war, trennte sich von der untern Flange von der Mittelrippe, ungefähr $\frac{1}{4}$ '' tief.
3. 16. 3. 22	—	0.245''	0.20''	Dieser Träger brach nicht.
4. 18. 0. 19	4.57	0.44''	0.32''	Die Last war auf beiden Seiten der mittlern Seitenrippe auf der untern Flange zweier Träger angebracht. — Die mittlere Seitenrippe trennte sich von der untern Flange und von der Mittelrippe des Trägers. — Keine Trennung der untern Flange von der Mittelrippe.
4. 18. 0. 22	—	0.39''	0.40''	Dieser Träger brach nicht.
6. 5. 1. 23	—	0.53''	0.80''	Die Last war gleichförmig auf den untern Flangen zweier Träger vertheilt. Der

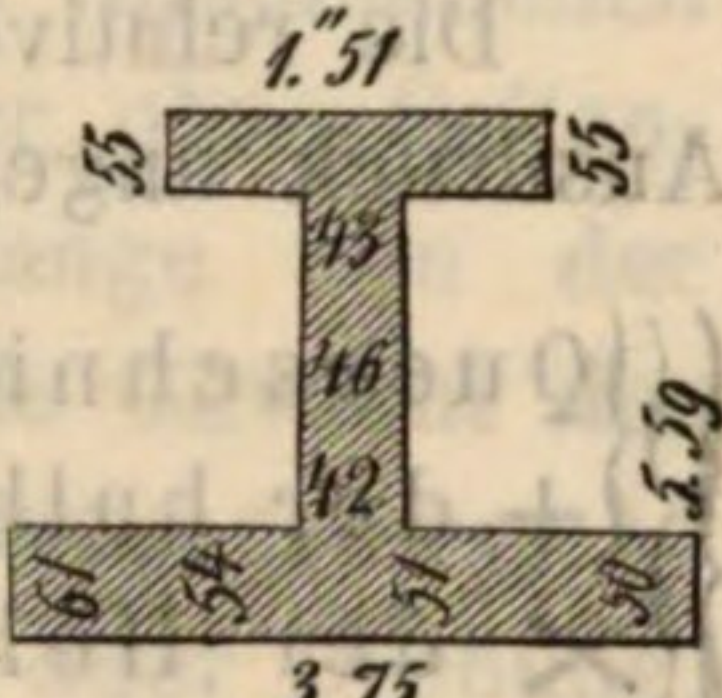
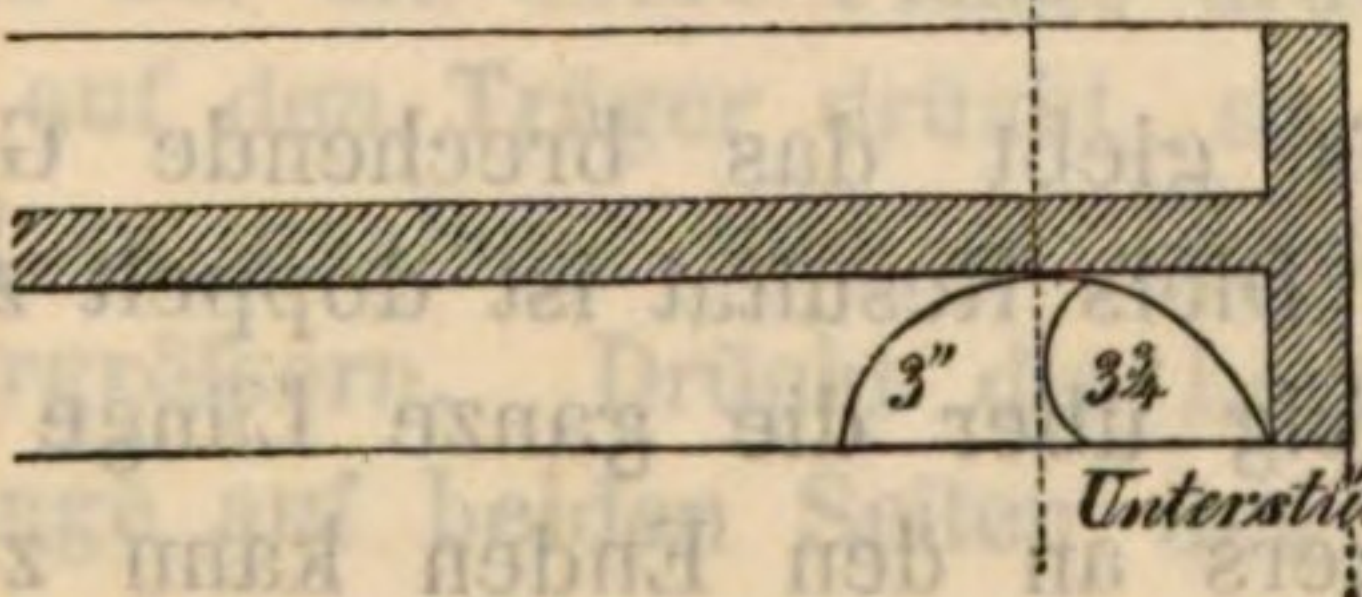
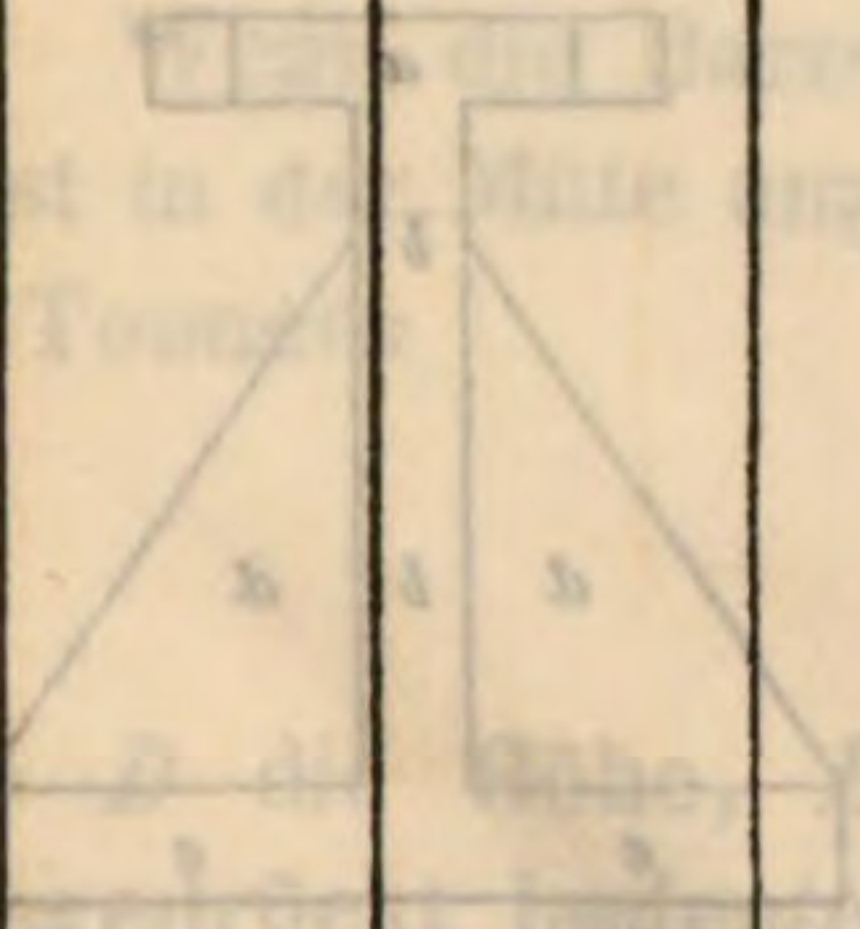


* Man ist hierdurch veranlaßt worden, in der Unterstützungslinie *aa* Seitenrippen anzubringen.

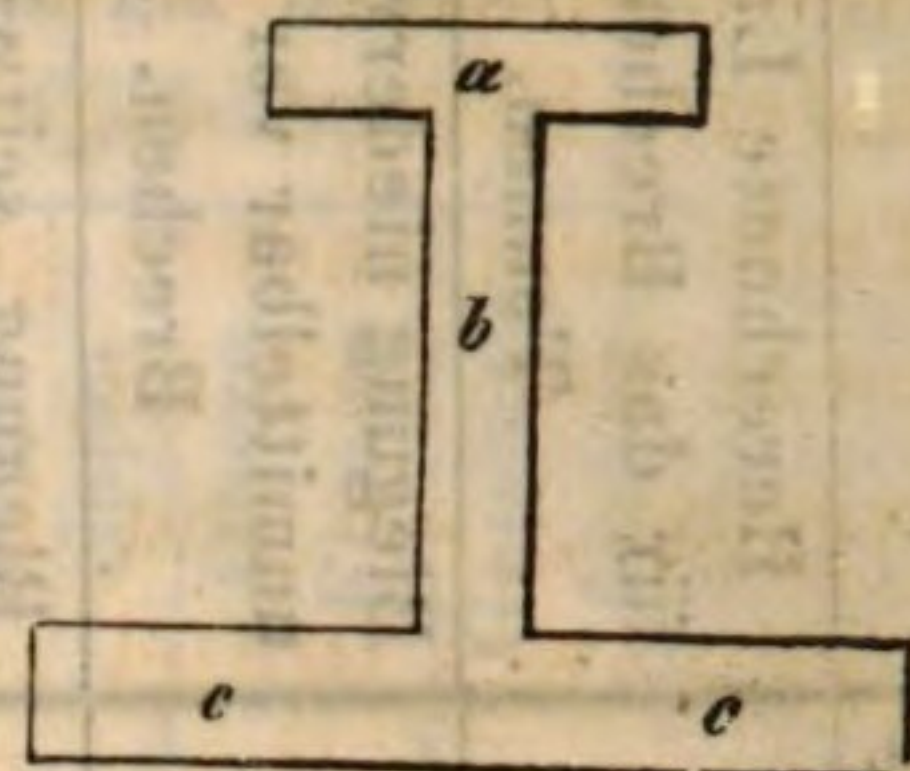
Nummer des Experi- ments.	Gewicht des Trägers.	Entfernung der Un- terstützungspunkte.	Zahl der Seitenrippen.	Entfernung derselben von einander.	Flächeninhalt des Quer- schnitts am Bruche in □ Zollen.				Reducirtes Gewicht des Hebels, der Wag- schale, welche auf den Träger drücken.
					Untere Flange.	Mittel- rippe.	Obere Flange.	Gesamt- flächen- inhalt.	
	Cwt. Q. lbs.								Cwt. Q. lbs.
21	0. 3. 21	6' 9"	keine	—	2.02	1.98	0.83	4.83	9. 3. 0
22	1. 0. 0	6' 9"	11	0' 7"	1.69	1.90	1.32	4.91	7. 3. 0
23	0. 3. 14	6' 9"	keine	—	1.96	1.68	0.81	4.45	7. 3. 0



Man ist hierdurch veranlaßt worden, in der Unterseite des Hebels zwei Seitenrippen anzubringen

Gesammtlast auf dem Träger beim Brechen.	Berechnete Last für das Brechen in Tonnen.	Biegung niederwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Biegung seitwärts unmittelbar vor dem Brechen.	Bemerkungen.
<i>T. Cwt. Q. lbs.</i>				
6. 18. 3. 13	—	0.83''	0.58''	Träger brach nicht in der Mitte, sondern es brachen aus beiden Enden der untern Flange Stücke heraus, wie in der Skizze gezeigt ist. Die Last war gleichförmig auf den untern Flangen zweier Träger vertheilt. Der Träger brach 2 Zoll vom Mittel. Als die Belastung 5 T. 13 Cwt. 0 Q. 13 lbs. betrug, brach auf der einen Seite ein Stück aus der untern Flange heraus, wie die Skizze zeigt.  
5. 10. 2. 12	—	0.56''	—	Die Last war auf der oberen Seite eines Trägers angebracht.
5. 8. 1. 21	—	0.72''	—	Die Last war auf der oberen Seite eines Trägers angebracht. Derselbe brach 5'' vom Mittel unmittelbar nach dem Auflegen des letzten Gewichtes, nach der in der Zeichnung angegebenen Linie. NB. Wenn ein Träger nicht brach und seine Querschnittsfläche nicht angegeben ist, so ist dieselbe gleich der des correspondirenden andern Trägers anzunehmen. 

Aus vorstehenden Versuchen und aus einer Reihe anderer, im August 1847 angestellter geht hervor, daß die haltbarste und zugleich ökonomischste Form des Querschnittes die ist, wo der Flächeninhalt des Querschnitts der obern Flange a gleich ist einem Fünftel der Querschnittsfläche der untern Flange $c c$, plus einem Zehntel der Querschnittsfläche der Mittelrippe b .



Die obere und untere Flange sollten von gleicher Dicke sein; die Mittelrippe kann etwas schwächer gemacht werden, doch nicht viel, weil außerdem beim Kühlen des Eisens leicht Risse entstehen.

Die relative Festigkeit des Trägers wird durch folgenden Ausdruck angegeben:

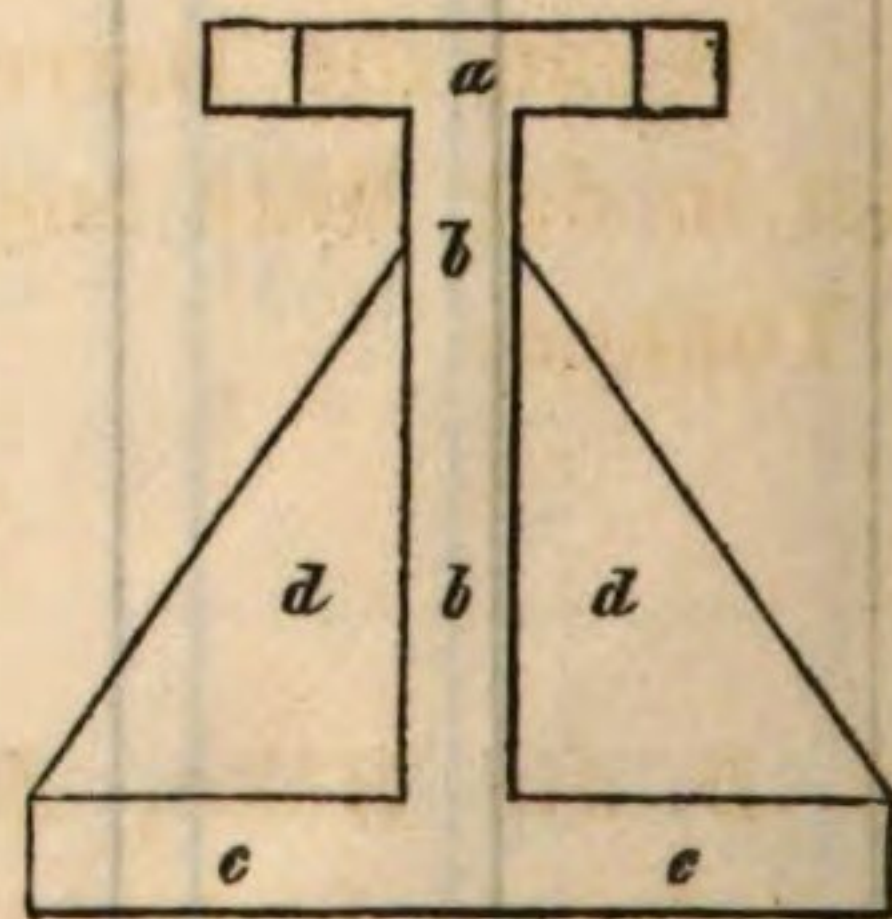
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Querschnittsfläche der untern Flange,} \\ + \text{ der halben Querschnittsfläche der Mittelrippe,} \\ \times \text{ der Höhe des Trägers,} \\ \div \text{ durch die tragende Länge desselben,} \end{array} \right.$$
 (Alles in Zollen)

$\times$ der constanten Zahl 25.

Dies giebt das brechende Gewicht in der Mitte in Tonnen. Dies Resultat ist doppelt zu nehmen, wenn die Last gleichmäfsig über die ganze Länge vertheilt ist. Die Höhe des Trägers an den Enden kann zwei Drittheile von der in der Mitte sein, da die richtigste Form eine Ellipse ist.

Wenn Träger über 40 Fufs lang sind, so ist es rathsam, die obere Flange etwas gröfser zu machen, als oben angegeben ist.

Wenn die Last blos auf der untern Flange auf einer Seite des Trägers angebracht ist, so muß die obere Flange a soviel vergrößert werden, daß ihre Querschnittsfläche gleich ist einem Drittel der Querschnittsfläche der untern Flange c , plus einem Sechstheil der Querschnittsfläche der Mittelrippe b . Die Mittelrippe sollte nicht dünner gemacht



werden, als die Flangen, und die Seitenrippen d d sollten in Zwischenräumen nicht größer als die zwanzigfache Dicke der untern Flange angebracht werden, wenn die Last von einem Ende zum andern gleichmäfsig vertheilt ist. Wenn das Letztere nicht der Fall ist, so sollten die Seitenrippen da angebracht werden, wo die Last aufliegt. Die Höhe der Seitenrippen sollte zwei Drittel von der des ganzen Trägers und ihre Dicke nicht unter einem Drittel von der der Flangen sein.

Wenn die Last auf ein Querholz applicirt wurde, das auf den untern Flangen zweier Träger ruhte, so brachen die Träger in der Regel durch eine viel geringere Last, als wenn dieselbe auf die obere Flange drückte, was von verschiedenen Ursachen herrührte; nämlich, wenn der Träger ohne Seitenrippen war, so trennte sich die untere Flange von der Mittelrippe ungefähr durch das halbe brechende Gewicht des Trägers, und wenn dieser mit Seitenrippen versehen war, so brach die obere Flange von seitlicher Biegung oder Drehung, bis man die Dimensionen so weit vergrößerte, wie in obiger Regel angegeben ist. Dann ist das brechende Gewicht ungefähr dasselbe, als wenn es auf die obere Flange drückte.

Wenn die Last oben auf den Träger drückt, so sind die Flangen möglichst schmal zu machen, und es ist dafür die Höhe des Trägers zu vergrößern. Drückt die Last gleichmäfsig auf die untere Flange auf beiden Seiten des Trägers, so ist es nicht nöthig, die obere Flange zu vergrößern, aber die Seitenrippen müssen angewendet werden.

Relative Festigkeit viereckiger Barren.

Wenn die Barren an den Enden unterstützt sind und die Last in der Mitte angebracht ist, so ist das brechende Gewicht in Tonnen:

$$W = \frac{12 D^2 B}{L},$$

wo D die Höhe, B die Breite und L die Länge in Zollen ausgedrückt bedeutet.

Ist der Barren an einem Ende befestigt und die Last am andern Ende angebracht, so ist, wenn dieselben Bezeichnungen wieder gelten:

$$W = \frac{3 D^2 B}{L}$$

Da diese Formeln ein sicheres Resultat in der Praxis geben sollen, so sind sie von einer niedrigen Durchschnittszahl der Festigkeit des Eisens genommen. Sehr dunkles und überhaupt gutes Gufseisen wird öfters 10 bis 20 p. C. mehr tragen, als obige Formeln angeben, bevor ein Bruch erfolgt.

Berichtigung.

Seite 40, Zeile 7 v. o. lies proportional statt „gleich“.

Relative Festigkeit vierseitiger Barren.

Wenn die Barren an den Enden unterstützt sind und die Last in der Mitte angebracht ist, so ist das brechende Gewicht in Tonnen:

$$W = \frac{12 D^2 B}{L}$$

wo D die Höhe, B die Breite und L die Länge in Zollen

Druck der Teubner'schen Officin in Dresden.

Weber, Max Maria von,

Die Festigkeit eiserner Balken und Träger

Dresden 1851

A.hydr. 77 n

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10060001-4